NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 1 (1862), p. 382-384

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__382_1>

QUESTIONS.

625. Soient α, β, γ, δ, ε les racines de l'équation $x^5 + 5px^3 + 5p^2x + q = 0$. Démontrer qu'on a

$$\Sigma(\alpha - \delta)(\alpha - \varepsilon)(\beta - \delta)(\beta - \varepsilon)(\gamma - \delta)(\gamma - \varepsilon)(\delta - \varepsilon)^2 = 0.$$

(Michael Roberts.)

626. Les six points milieux des côtés et des diagonales d'un quadrilatère, les deux points où se coupent les côtés opposés, le point d'intersection des deux diagonales, sont sur une même ligne du second degré.

Lorsque les quatre sommets du quadrilatère appartiennent à une circonférence, la ligne du second degré sur laquelle se trouvent les neuf points désignés est une hyperbole équilatère qui passe par le centre de la circonférence, et dont les asymptotes sont parallèles aux bissectrices des angles que forment les deux diagonales du quadrilatère.

627. Les droites inscrites dans un angle droit donné, et qui ont leurs milieux sur une droite rencontrant les côtés de l'angle droit en des points différents, sont toutes tangentes à la même parabole.

628. Étant donné un tétraèdre quelconque, on peut faire passer par les centres de gravité des quatre faces un ellipsoïde tangent à ces mêmes faces. Il aura pour centre le centre de gravité du tétraèdre. Et, si on appelle $3a$, $3b$, $3c$, les arêtes adjacentes à un même angle solide, qu'on prenne des axes parallèles à ces arêtes, et pour origine le centre de gravité du tétraèdre, l'équation de la surface tangente sera

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 + \frac{xy}{ab} + \frac{xz}{ac} + \frac{yz}{bc} = \frac{3}{8}.$$

(VANNSON.)

629. Étant donné un tétraèdre quelconque, si une surface du second degré passe aux milieux des trois arêtes d'un angle solide et leur est tangente; si, de plus, elle passe aux milieux des trois autres arêtes, elle leur sera également tangente. Cette surface a pour centre le centre de gravité du tétraèdre. (VANNSON.)

630. Le système des deux équations $x^2 = ay^2 + 1$, $x^3 = by^3 + c$, dans lesquelles $a + 1$ et c sont des multiples de 3, et b un nombre entier non divisible par 3, n'admet aucune solution entière.

631. Si l'équation $z^2 = x^4 + ax^2y^2 + by^4$ est réso-

lue par $r^2 = t^4 + at^2 u^2 + u^4$, elle le sera aussi par $x = r^4 - (a^2 - 4b) t^4 u^4$, $y = t^4 - bu^4$, $z = 2rtu$.

(V.-A. Lebesgue.)