Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 1 (1862), p. 29-31

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__29_0>

QUESTIONS.

604. Soient donnés un point ayant pour coordonnées $\frac{\alpha}{\delta}, \frac{\beta}{\delta}, \frac{\gamma}{\delta}$, axes quelconques x, y, z, et trois plans

$$\frac{Ax}{u} + \frac{By}{u} + \frac{Cz}{u} + D = 0,$$

$$\frac{A'x}{u} + \frac{B'y}{u} + \frac{C'z}{u} + D' = 0,$$

$$\frac{A''x}{u} + \frac{B''y}{u} + \frac{C''z}{u} + D'' = 0,$$

δ et u sont des quantités quelconques. Menant par le point trois plans respectivement parallèles aux trois plans, on forme un parallélipipède dont on demande à trouver les arêtes en fonction de $\frac{\alpha}{\delta}, \frac{\beta}{\delta}, \frac{\gamma}{\delta}$ et u.

605. Lorsqu'un triangle ABC est à la fois inscrit dans une courbe du troisième degré et circonscrit à cette même courbe, le produit des rayons de courbure aux points A, B, C est égal au cube du rayon du cercle circonscrit au triangle ABC. (MANNHEIM.)

606. En ordonnant le discriminant Δ de l'équation

$$ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0,$$

suivant les puissances de e, posons

$$\Delta = Ae^3 + 3Be^2 + 3Ce + D.$$

démontrer qu'on a

$$\begin{aligned} &A^2D^2 - 6ABCD + 4AC^3 + 4B^2D - 3B^2C^2 \\ &= -729(a^2d + 2b^3 - 3abc)^2 \\ &\times (a^2d^2 - 6abcd + 4ac^3 + 4b^3d - 3b^2c^2)^3. \end{aligned}$$

(Michael Roberts.)

607. Soit s_r la somme des puissances r des racines de l'équation

$$ax^5 + 5bx^4 + 10cx^3 + 10dx^2 + 5ex + f = 0.$$

Posons

$$a^6 \times \begin{vmatrix} s_0 & s_1 & s_2 & s_3 \\ s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ s_3 & s_4 & s_5 & s_6 \end{vmatrix} = Pf^2 + 2Qf + R,$$

alors P, Q, R ne renferment pas f. Si

$$\begin{vmatrix} s_0 & s_1 & s_2 \\ s_1 & s_2 & s_3 \\ s_2 & s_3 & s_4 \end{vmatrix} = 0,$$

démontrer qu'on a la relation suivante

$$Q^2 - PR = 0.$$

(Michael Roberts.)

608. Posons

$$\begin{aligned} K &= 4(ae - 4bd + 3c^2)(bf - 4ce + 3d^2) \\ &\qquad - (af - 3be + 2cd)^2, \\ H &= b^2 - ac, \\ I &= ae - 4bd + 3c^2, \\ J &= ace + 2bcd - ad^2 - eb^2 - c^3, \end{aligned}$$

alors

$$\frac{1}{4}\left(\frac{dK}{df}\right)^2 = 4\,HI^2 - 12\,aIJ - a^2K.$$

(Michael Roberts.)

609. Soit le triangle RFF′; les sommets F et F′ sont fixes et le sommet R est variable, Ff, $F'f'$ deux hauteurs du triangle passant par le point H, point de rencontre des trois hauteurs; C point de rencontre des deux droites ff', FF′. Par les trois points R, H, C, on fait passer une circonférence; la tangente MT menée à cette circonférence par le point M milieu de FF′ a une grandeur constante pour toutes les positions de R. (Arthur Lescaze.)