Bulletin de bibliographie, d'histoire et de biographie mathématiques

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 1-96 (supplément)

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__S1_0>

BULLETIN

DE

BIBLIOGRAPHIE, D'HISTOIRE

ET DE

BIOGRAPHIE MATHÉMATIQUES.

BIBLIOGRAPHIE.

Les trois livres de Porismes d'Euclide, rétablis pour la première fois, d'après la Notice et les Lemmes de Pappus, etc., par *M. Chasles,* membre de l'Institut. Paris, in-8° de 324 pages, 1860; chez Mallet-Bachelier, imprimeur-libraire (*).

L'ouvrage débute par une Introduction de près de 100 pages, où l'auteur expose, avec sa méthode et sa clarté habituelles, l'état de la question, ses difficultés, les textes anciens qui ont servi de guide pour arriver à une solution, les travaux des géomètres qui ont cherché à la découvrir, enfin les bases mêmes du système dont l'ouvrage n'est qu'un savant et très-intéressant développement.

Une analyse rapide de cette Introduction est donc le moyen le plus sûr de faire connaître aux lecteurs de ce

(*) Les figures sont dans le texte; l'impression, la gravure, le choix du papier, tout dans cette publication mérite des éloges et fait honneur à l'Éditeur.

journal l'objet, le caractère et l'utilité de la nouvelle production de M. Chasles.

Le *Traité des Porismes* d'Euclide, perdu avec tant d'autres livres précieux de l'antiquité, ne nous est connu que par une Notice insérée par Pappus dans le VII[e] livre de ses *Collections mathématiques,* et par une très-courte mention de Proclus.

Les éloges que Pappus, qui était lui-même un géomètre éminent, fait de cet ouvrage d'Euclide et la haute importance qu'il y attachait, expliquent les efforts faits pour le rétablir par divers géomètres célèbres des deux derniers siècles, et notamment par Albert Girard, Fermat, Viète et Halley. Mais ces tentatives demeurèrent sans résultat, malgré le talent de leurs auteurs. Ce fut R. Simson qui le premier parvint à soulever un coin du voile épais qui couvrait ce mystère légué par l'antiquité aux géomètres modernes, à fixer ses idées sur la forme des Porismes, et même à rétablir quelques-unes de ces propositions dont Pappus n'a rapporté qu'un seul énoncé.

Malgré cette belle découverte de Simson, il restait beaucoup à faire. Il ne suffisait pas, en effet, de savoir en quoi consistait la doctrine des Porismes. Il fallait encore retrouver ce qu'étaient les propositions qui formaient les trois livres des Porismes et dont le nombre n'était, dit Pappus, pas moindre de 171 ; il fallait faire connaître quelle avait pu être la pensée qui avait dirigé le géomètre grec dans sa conception originale, prouver son utilité, hautement proclamée par Pappus, pour la résolution des Problèmes, et enfin indiquer les points de contact qu'elle pouvait avoir avec nos théories et nos méthodes modernes.

C'est ce que n'ont fait ni Simson ni ses successeurs ; et c'est précisément la tâche que M. Chasles a entreprise, qu'il était parvenu à remplir dès 1835, époque de la rédaction définitive de l'*Aperçu historique*, et au développement de laquelle son nouvel ouvrage est consacré.

La Notice de Pappus sur les Porismes est citée *in extenso*, pages 14 à 21. Ce texte en effet était essentiel à connaître, pour que le lecteur pût former un jugement sérieux sur l'ouvrage de M. Chasles. Car ce texte étant le seul point de départ qu'on possède sur la question, il est clair que toute opinion et tout travail de divination qui ne s'y adapteraient pas exactement et complétement, encourrait par cela même le soupçon de n'être qu'une fantaisie plus ou moins ingénieuse.

Après quelques réflexions générales et élogieuses sur le Traité d'Euclide, Pappus cherche à donner une idée de ce qu'étaient les Porismes, et, pour y mieux réussir par un rapprochement avec des choses déjà bien connues, il rappelle les définitions appliquées par les anciens au Théorème, au Problème et au Porisme. Il dit :

« Le Théorème est une proposition où l'on demande » de démontrer ce qui est proposé;

» Le Problème est une proposition où l'on demande » de construire ce qui est proposé ;

» Le Porisme est une proposition où l'on demande » de trouver (d'acquérir, de se procurer) ce qui est pro- » posé. »

Mais il faut convenir que cette définition du Porisme, bonne sans doute pour ceux qui étaient déjà au courant de la question, était peu propre à y jeter quelque lumière après tant de siècles, et en effet elle est demeurée très-obscure pour tous les géomètres, jusqu'à ce que Simson en eût fait le sujet de ses méditations.

Pappus donne ensuite un seul énoncé complet de Porismes, et il se borne, pour les autres, à dire qu'ils se rattachaient tous à 29 genres distincts, dont il indique la répartition entre les trois livres de l'ouvrage.

Mais ici encore l'énigme n'était pas facile à deviner : afin que le lecteur puisse en juger, prenons au hasard l'énoncé caractéristique de l'un de ces genres; c'est le XIVe.

« Une droite, plus telle autre droite, a un rapport » donné avec tel segment compris entre un point donné » et tel point. »

M. Chasles s'occupe ensuite de l'ouvrage de Simson : *De Porismatibus*. L'auteur anglais définit le Porisme « Une proposition dans laquelle on demande de démon- » trer qu'une chose ou plusieurs sont données (c'est-à- » dire sont des conséquences de l'hypothèse) qui, ainsi » que l'une quelconque d'une infinité d'autres choses » non données, mais dont chacune est avec les choses » données dans une même relation, ont une certaine pro- » priété commune, décrite dans la proposition. »

Exemple : « Trois droites étant données, si de chaque » point de l'une on baisse des perpendiculaires sur les » deux autres, on pourra trouver une ligne et une raison » telles, que l'une des perpendiculaires plus la ligne » donnée sera à l'autre perpendiculaire dans la raison » donnée. »

Simson, dans son Traité, donne la démonstration de 39 Lemmes de Pappus, et propose une quarantaine de Porismes, mais qui se rattachent tous à 7 seulement des 29 genres décrits par Pappus.

Quelques réflexions sur une opinion de Playfair terminent l'historique et la discussion des travaux de ses devanciers, après quoi M. Chasles commence l'exposition de son propre système.

Prenant pour base cette assertion formelle de Pappus que « les Porismes ne sont, quant à la forme, ni des Théo- » rèmes, ni des Problèmes; qu'ils constituent un genre » intermédiaire; mais que, parmi beaucoup de géomè-

» tres, les uns les regardent comme des Théorèmes, et » d'autres comme des Problèmes », le savant auteur en conclut que les Porismes sont des propositions où l'on a tout à la fois à *démontrer* une vérité énoncée (comme dans les Théorèmes) et à *trouver* ainsi que dans les Problèmes) la qualité ou la manière d'être, comme la grandeur ou la position de certaines choses mentionnées dans l'énoncé de cette vérité; ce que fait bien comprendre, par exemple, le texte du Porisme cité plus haut et tiré de l'ouvrage de Simson, comme aussi celui qui est énoncé par Pappus.

Les Porismes prennent donc leur origine dans des Théorèmes déjà connus, mais dont on change la forme pour en faire des Porismes; de sorte qu'on peut dire que ce sont des conséquences immédiates de Théorèmes; qu'ils en sont une sorte de corollaires; et cela peut servir à expliquer pourquoi Euclide s'est servi, pour désigner ces propositions particulières, du terme même de *Porisme,* qui était déjà consacré par l'usage pour désigner les simples corollaires.

Ce qui distingue les Porismes des Théorèmes ordinaires, c'est qu'il y manque la détermination, en grandeur et en position, de certaines choses annoncées comme conséquence de l'hypothèse. Ce sont donc, en quelque sorte, des Théorèmes *non complets* (dans leur énoncé) exprimant certaines relations entre des choses variables suivant une loi connue; relations indiquées dans l'énoncé du Porisme, mais qu'il faut compléter par la détermination de certaines choses, qui seraient déterminées dans l'énoncé d'un Théorème proprement dit ou Théorème *complet.*

Et telle est la définition adoptée par M. Chasles.

Il peut sembler, au premier abord, que ce simple changement effectué dans la *forme* seule des Théorèmes n'est qu'une puérilité, et par conséquent on pourrait en inférer que la conception d'Euclide était tout autre.

Mais, avec un peu de réflexion, on remarque, au contraire, que cette forme de Théorèmes non complets, c'est-à-dire débarrassés de déterminations parfois compliquées et sans utilité, tend à devenir le caractère le plus général des propositions dans les mathématiques actuelles ; qu'il y a, à cet égard, une analogie incontestable, qu'on était loin de soupçonner, entre les Porismes d'Euclide et la plupart de nos propositions modernes ; que cette modification *dans la forme des énoncés* est, à elle seule, un progrès réel ; car la science y trouve un degré de simplicité et d'abstraction qui facilite le raisonnement et la combinaison des vérités mathématiques entre elles ; et qu'ainsi elle prouve chez Euclide, non point un caprice inutile, mais au contraire une rare sagacité et une profonde intelligence des besoins de la science.

Cet ouvrage, quoique perdu, n'est donc pas étranger à nos mathématiques ; elles en ont reçu l'influence, quant à leur forme actuelle, et en réalité nous faisons journellement des Porismes sans le savoir.

Quant à l'utilité de ces propositions pour la résolution des Problèmes, elle est, après ce qu'on vient de dire, facile à comprendre. C'est que la recherche d'un lieu géométrique déterminé par certaines conditions exigeait le secours de quelque Porisme ; car il fallait conclure de ces conditions une autre expression du lieu qui fût déjà connue, et qui par conséquent fît connaître la nature du lieu, sujet de la question. Or c'est le passage d'une expression de lieu à une autre expression qui exigeait un Porisme.

Cette marche est dans la nature des choses et subsiste dans les mathématiques modernes. Il en est ainsi notamment dans le procédé général de solution fondé sur l'analyse de Descartes, qui conduit à une équation finale entre les coordonnées x et y, d'où se conclut le lieu cherché. Car cette équation finale constitue un véritable Porisme.

Après cette discussion, qui est un modèle de logique, l'auteur analyse les 29 genres décrits par Pappus, et fait connaître de quelle manière il répartit, dans les trois livres, les nombreux Porismes qui s'y rapportent, en se conformant d'ailleurs rigoureusement à toutes les indications laissées par ce géomètre, et en ayant soin de n'omettre aucun de ces 29 genres.

La grande majorité de ces propositions sont relatives à la théorie connue aujourd'hui sous le nom de *théorie des divisions homographiques*, formées sur une droite ou sur deux par deux droites tournantes qui se coupent toujours, soit sur une droite donnée, soit sur un cercle. Traduites en langage algébrique moderne, ces relations sont des équations à deux, à trois, à quatre ou à cinq termes. M. Chasles a déjà fait connaître la plupart de ces équations dans les chapitres VII et VIII du *Traité de Géométrie supérieure*. Leur utilité, leur importance, leur signification, peut-être moins bien appréciées qu'elles n'auraient dû l'être, sont ainsi rendues bien évidentes.

D'après cela, il semble que le rétablissement de l'ouvrage perdu d'Euclide eût pu se borner à de simples énoncés de Porismes, puisque les démonstrations en étaient toutes faites d'avance dans le *Traité de Géométrie supérieure*. Mais l'auteur a craint avec raison que ces démonstrations faciles, fondées sur des théories modernes, ne donnassent lieu à quelques doutes sur la coïncidence de ses idées avec celles d'Euclide, et il s'est astreint au travail pénible de refaire, pour chacun des 220 Porismes contenus dans les trois livres, de nouvelles démonstrations directes et spéciales, ne reposant que sur des principes et des propositions que l'on pût regarder comme étant familières au géomètre grec, et notamment sur les 39 Lemmes laissés par Pappus pour faciliter l'intelligence du Traité d'Euclide.

L'ouvrage que M. Chasles présente au public, avec toute l'autorité de son nom, remplit donc exactement, tant pour le fond que pour la forme, le cadre tracé par Pappus, et les géomètres, en le lisant, croiront avoir sous les yeux Euclide lui-même et la suite de ses immortels *Eléments*.

C'est un service nouveau et important que M. Chasles a rendu à la science, et l'on doit lui en savoir d'autant plus de gré, que ce travail, roulant presque en entier sur la théorie déjà connue des divisions homographiques, semblait comporter dans ses détails moins de variété, d'agrément et d'invention que l'auteur n'a su lui en donner (*), et n'offrait peut-être pas à l'esprit fécond qui le composait, l'attrait qui s'attache plus particulièrement à la recherche des questions entièrement neuves, et qu'il avait pu lui offrir il y a vingt-cinq ans.

Je me permettrai de dire que cet ouvrage a encore, à mes yeux, un autre genre de mérite et d'utilité : c'est qu'il fait une diversion, au moins momentanée, aux publications presque exclusivement algébrico-géométriques de notre temps. L'analyse appliquée à la géométrie, surtout depuis qu'elle a simplifié et perfectionné quelques-uns de ses symboles, a pris des allures si vives, et en apparence si sûres ; elle a parfois si bien réussi à présenter à sa manière, qu'elle dit être la meilleure, les résultats que souvent la géométrie pure avait d'abord découverts ; elle fait, en un mot, des promesses si brillantes et si sédui-

(*) On trouve en effet, dans les trois livres, une foule de proprietés nouvelles et très-intéressantes, concernant le cercle ou les figures rectilignes.

santes, que bien des personnes seraient tentées de faire passer dans ses mains, disons de lui faire usurper, le sceptre de la géométrie. Cette tendance, qu'à bien des égards je regarde comme une illusion décevante, est peut-être, dans cette branche des mathématiques, un symptôme de cette fièvre d'activité, de ce besoin d'atteindre vite un but quelconque, qui est un des caractères dominants de notre époque.

Mais il est bon pourtant, dans l'intérêt même de la science, d'y apporter quelque tempérament. Car, en admettant même (chose que l'expérience de ces cinquante dernières années est bien loin de confirmer) que la palme de la célérité dans les investigations appartienne aux méthodes analytiques, la science ne saurait encore s'en accommoder d'une façon exclusive. Pour me servir d'une comparaison vulgaire, on acquiert assez promptement la connaissance générale d'une contrée en parcourant les grandes voies de communication ferrées qui la sillonnent; mais, pour en bien approfondir les détails, les productions, les ressources, il faut quitter la locomotive, et se résoudre à suivre à pied les anciennes routes et les chemins de traverse. Cela même donne des habitudes de patience, d'observation et de critique, qu'on risquerait de perdre, si l'on ne savait se résigner à ce mode primitif de pérégrination.

Quelques réflexions, insérées récemment dans les *Nouvelles Annales* (*), et qui touchaient à ce sujet, mettaient en opposition les équations *écrites* de l'analyse, et les équations *parlées* de la géométrie, ancienne ou moderne. Les conclusions qu'on en a tirées ne me semblent pas parfaitement ni de tous points exactes.

Il est vrai de dire que les équations *écrites* sont un

(*) Tome, XIX page 70. TM.

auxiliaire admirable, dont la parole dans son impuissance, ou la pensée dans sa faiblesse, ont souvent besoin pour se soutenir. Mais les équations *parlées* ont parfois sur elles l'avantage de la concision et de la clarté, et par suite se prêtent mieux et plus naturellement aux spéculations de l'esprit. C'est ainsi, pour tirer un exemple du sujet même de cet article, que les termes de *divisions homographiques* et de *divisions en involution* sont tout à la fois plus brefs, plus complets et d'un usage plus commode, que les périphrases ou que les symboles algébriques dont ils tiennent lieu.

C'est aussi, grâce à quelques équations *parlées*, que le grand géomètre, dont le monde savant déplore la perte récente, que l'illustre auteur de la théorie des *Couples*, a fait passer dans les éléments, complété et rectifié parfois les questions les plus élevées de la statique; qu'il a dissipé les nuages épais dont la question de la rotation des corps solides se trouvait enveloppée au milieu des formules qui l'avaient résolue; qu'il a su rendre presque élémentaire la théorie de la *précession des équinoxes* et de la *nutation de l'axe terrestre*, si délicate dans ses nuances que l'observation ne peut saisir; et qu'enfin il a dévoilé, dans certaines hautes questions de mécanique céleste, des omissions ou des erreurs, que les formules *écrites* les plus accréditées n'avaient pu y découvrir.

Ces exemples, et d'autres qu'on pourrait citer, en géométrie comme en mécanique, ne sont pas de nature à affaiblir l'estime que les bons esprits ont toujours accordée aux spéculations de pure géométrie, et la conclusion la plus sage qu'on en puisse tirer, c'est qu'il faut cultiver, avec le même soin et la même prédilection, les deux méthodes, et ne pas s'efforcer de faire refluer sur l'une, au détriment de l'autre, les tendances et les sympathies de la jeunesse studieuse.

M. Chasles, qui d'ailleurs a souvent prouvé, ainsi que d'autres géomètres ses contemporains, que la sûreté des recherches de géométrie pure s'allie parfaitement avec la célérité et la priorité des découvertes, a donc rendu à la science, en publiant son nouvel ouvrage, un service dont lui seront reconnaissants tous ceux qui la cultivent, et qui ne sera pas, aux yeux de la postérité, l'un de ses moindres titres de gloire.

Qu'il me soit aussi permis, en terminant, d'émettre le vœu qu'après avoir employé tant de précieux loisirs au rétablissement de l'œuvre d'un ancien, il puisse les consacrer désormais, à la rédaction définitive du grand ouvrage, dont tous les amis de la géométrie attendent la suite avec tant d'impatience.

Note du Rédacteur.

Nous ne nous abstiendrons pas de répéter ce qu'on oublie sans cesse. Dans les deux siècles *analytiques* écoulés depuis Descartes, la science de l'espace a fait des progrès plus considérables que dans les cinquante-six siècles *géométriques* qui ont précédé Descartes. Même aujourd'hui les *équations parlées* de la géométrie segmentaire sont fondées sur une analyse qu'on a quelquefois l'air d'escamoter. Si quelqu'un avait parlé à Euclide de tangentes au cercle menées par un point situé dans l'intérieur du cercle, avait raisonné sur des cercles imaginaires situés à l'infini, Euclide aurait conseillé à cet homme de prendre quelques grains d'ellébore. Aujourd'hui, grâce aux élucubrations des analystes sur les fonctions symétriques, sur les équations de la forme $(x-a)^2+(y-b)^2+c^2=0$ et surtout au vivifiant théorème de d'Alembert sur les imaginaires conjuguées, les géomètres peuvent employer légitimement, fructueusement ces locutions, sans craindre d'être envoyés aux Petites-Maisons (*). Le ballon s'approchant de plus en plus vers le zénith, peut volontiers s'imaginer qu'il tient cette force ascensionelle de lui-même, et toutefois sans le gaz qu'on lui a inculqué, il serait resté ventre à terre; *Sapienti sat*. Le principe des forces vives, de la moindre action, de la conservation du mouvement, du centre de gravité, etc., sont des *équations parlées* dont on a toujours fait usage, mais sans oublier les origines, et sans négliger de les écrire lorsque la clarté l'exige. Si dans le célèbre *code classique* de la géométrie segmentaire où les signes, les locutions et les équations algébriques surabondent, on avait franchement adopté les points-racines de Gauss, que M. Prouhet (**) a introduits en France, il est permis de croire que peut-être le volume aurait été tiercé, les résultats triplés, et que le tout aurait gagné en élégance et en qualités mnémoniques.

La composition des moments, des mouvements de rotation, le caractère héliçoïdal de tout mouvement de solide, les attractions sphéroïdales, etc., ont été *formulés* par les *analystes* et depuis admirablement *matérialisés*, pittoresquement présentés à l'œil extérieur, par les couples et les cônes de Poinsot : immense service rendu à la propagation de la science. Il y a là un talent infini, une imagination d'une extrême lucidité, mais non *création;* et c'est la *création* qui est le cachet du *génie* : tel est le théorème de d'Alembert et telle encore la transformation de ce théorème opérée par Gauss, qui y a découvert le travail économique de la nature dans les phénomènes dynamiques. A propos de Gauss, demandez aux géomètres *purs*

(*) On connaît les heureuses abréviations, les belles découvertes, qu'on doit à nos célèbres géomètres Poncelet et Chasles, qui les premiers ont introduit les êtres geométriques imaginaires situes a l'infini, et des lignes passant par des points imaginaires

(**) *Nouvelles Annales*, t. I, p. 438, 1842.

de diviser la circonférence en $2^n + 1$ parties égales lorsque ce binôme est un nombre premier et n supérieur à 2. Ils vous répondront, comme naguère certain souverain : *Non possumus.* De même pour démontrer l'impossibilité de la duplication du cube. Allez trouver les analystes, vous obtiendrez une solution apodictique.

On ne saurait trop déplorer l'absence des couples dans l'enseignement secondaire : c'est une calamité pédagogique. Il est bien vrai qu'à l'aide des théorèmes *copulatifs*, il est facile d'exposer, sans avoir recours à des *formules*, la précession, la nutation, le pendule Foucault et beaucoup d'autres faits physiques; mais dès qu'il s'agit d'en venir *aux chiffres*, qui sont et seront toujours le but final des mathématiques, il faut des *formules*; la mécanique céleste, s'il est permis de s'exprimer ainsi, n'est qu'une sublime fabrique de formules.

Quand l'analyse semble reculer devant des obstacles que la geométrie surmonte, semble fournir péniblement des constructions sans élégance, il faut s'en prendre non à l'*analyse,* mais à l'*analyste*; c'est l'opinion d'Euler, qui a tracé un sillon si profond dans la géométrie des solides.

Du reste, nous voyons des esprits éminents donner la préférence soit à la géométrie, soit à l'analyse, selon leur degré d'habileté dans chacune de ces branches. Acceptons avec reconnaissance leurs travaux, sans nous inquiéter de l'origine. Dieu nous a révélé la *ligne* et le *nombre*. Employons-les avec discernement, et *augebitur scientia*.

Demande.

Quel est l'inventeur du théodolite? Est-ce Ramsden? Il a perfectionné le théodolite dont s'est servi le major-général Roy en 1784 pour rattacher géodésiquement l'Angleterre à la France (*Trans. philos.*, 1790).

CONSIDÉRATIONS SUR L'ÉTAT DES SCIENCES ET DES LETTRES AUX DIVERSES ÉPOQUES DE LEUR CULTURE, par Mademoiselle *Sophie Germain*. In-8 de 102 pages. Paris, 1833. (*Voir* t. VI, p. 9 du *Bulletin*.) (*)

Le but principal de cet écrit est de montrer que l'esprit humain emploie partout les mêmes procédés, dans les sciences exactes et philosophiques, dans les compositions littéraires et dans les beaux-arts. Les travaux de la raison et de l'imagination, ceux du géomètre et du poëte, sont soumis aux mêmes exigences, conséquences des types inhérents à l'esprit; ces exigenees sont : *clarté, ordre, simplicité*, ce sont les conditions de la perfection, les mêmes dans les matières scientifiques et dans celles qui sont du ressort du goût. Le style doit avoir partout les mêmes qualités, et elle donne pour exemple la langue des calculs.

Langue des calculs (p. 23).

« La langue des calculs peut donner lieu à des corrections qui lui sont propres; car elle a aussi son style, » et tous les auteurs ne l'écrivent pas avec le même degré » de perfection. Au choix des mots correspond celui des » caractères. A la vérité, ceux-ci sont tellement conventionnels, qu'il faut, dans chaque occasion, exprimer » quelle valeur on leur attribue : cependant leur emploi » est astreint à certaines convenances, qui ne tiennent » pas uniquement aux habitudes consacrées. Les formules » remplacent la phrase; elles peuvent être plus ou moins » élégantes. L'analyse parle aux yeux. Ainsi, au lieu de » l'harmonie ou de l'accord entre les sons, elle doit présenter entre ses divers éléments des rapports d'ordre et » de simplicité. Les personnes initiées à ce genre de discours trouvent bien certainement dans la contempla-

(*) Complètement épuisé.

» tion des formules une sorte de charme, qui les entraîne
» vers l'étude. Et, si les bons auteurs sont doués d'une
» finesse de tact qui leur dit quelles, entre ces formules,
» il faut écrire, et quelles seulement indiquer, si leurs
» décisions sont tantôt spontanées, tantôt réfléchies, c'est
» que ce tact n'est autre chose que le goût, appliqué à des
» objets qu'on paraît avoir cru étrangers à son empire. »

Sur la dynamique sociale.

La philosophe géomètre établit une similitude ingénieuse entre les principes qui régissent la politique et ceux de la mécanique (p. 64); elle prend pour les trois éléments moteurs de la société, les *intérêts*, les *passions*, l'*inertie*, et applique à ces forces les lois de l'équilibre stable et instable, de la conservation des forces vives, de la moindre action, et traitant des forces perturbatrices, elle donne cette importante exégèse qui donne la clef d'une foule d'événements contemporains.

« Ajoutons que des individus doués de grandes forces
» par la nature étaient, durant le calme, placés dans des
» positions qui annulaient ces forces; tandis que, à la
» faveur du trouble, ils surgissent de tous côtés, armés
» d'une énergie jusqu'alors inconnue. De tels individus
» n'avaient pas prévu qu'ils sortiront un jour de la nul-
» lité à laquelle leur position sociale les avaient con-
» damnés : ils ne se sont livrés à aucune étude spéciale,
» avant de prendre place parmi les hommes qui influe-
» ront sur le sort de leurs semblables; et les partis vio-
» lents sont les seuls qu'ils puissent adopter, parce qu'ils
» y trouvent l'emploi de leurs forces, et sont dispensés de
» l'adresse, fruit des connaissances qui leur manquent. »

Après avoir montré historiquement la marche des progrès de l'esprit humain, elle croit que les sciences morales et politiques finiront pour appartenir aux sciences exactes. En effet, le sentiment du devoir, base de la morale, a une existence aussi certaine que le sentiment du vrai, base des sciences exactes, et la politique est encore de la morale, appliquée aux masses. Mais la théorie solidement établie n'entraîne pas pour conséquence la pratique.

Au résumé, les idées de l'illustre Française sont presque celles de Kant; comme lui, elle pose des limites infranchissables à l'intelligence. Nous ne saurions expliquer l'origine de l'être, fût-il infinitésimal, doué de *volonté*, l'origine du dernier animal infusoire. La philosophie, dite *positive*, parce qu'elle nie l'esprit, admet cette ignorance, mais y substitue un *dogmatisme* de la matière, comme si la matière était quelque chose de plus compréhensible que l'esprit, et toutefois le point de départ, l'origine de toute connaissance est dans l'âme. La communication des idées a lieu non entre des corps, mais entre des âmes, dès ce monde-ci; la négation ici est impossible, amène à des non-sens. On peut définir cette prétendue philosophie, le mysticisme de la matière, triste doctrine, qui dépeuple le ciel et démoralise la terre.

Nous aimons à constater que Sophie Germain admet une intelligence suprême, le *mens agitat molem* d'Ovide.

On prétend que Laplace, interrogé sur l'absence de Dieu dans sa Mécanique céleste, a répondu qu'il n'avait pas besoin de cette hypothèse. Réponse très-juste. Dans les sciences, la seule manière digne de faire intervenir Dieu est de faire usage de l'intelligence dont il nous a doué; le *Deus ex machina* est une preuve d'ignorance et presque une impiété. Plus l'intelligence humaine se montre grande, plus éclate glorieuse l'intelligence divine, selon la dévise de la célèbre Compagnie (*).

(*) Ceux qui veulent connaître succinctement la philosophie *positive* liront avec fruit l'ouvrage de M. de Blignières, capitaine d'artillerie, beau talent egaré dans un sahara; noble caractère, défenseur d'excentricités qui sapent la morale sociale; reduit l'homme à l'état d'animal doué de la triste faculte de pouvoir se dépraver et de savoir qu'il est mortel.

La Division réduite a une Addition ; ouvrage approuvé par l'Académie des Sciences de Paris, Institut de France, augmenté d'un Table de logarithmes de nombres à neuf décimales exactes en deux pages et d'une nouvelle méthode pour calculer avec une grande facilité les Tables de logarithmes, de division et autres ; par R (amon) Picarte, membre de la Faculté des Sciences physiques et mathématiques de l'Université du Chili (Prix : 13 fr. broché et 15 fr. cartonné). Paris, chez Mallet-Bachelier, 1860 ; in-folio de XIV et 104 pages.

En 1852, le savant Barlow (Peter) (*), célèbre par ses travaux magnétiques sur la boussole marine, a publié à Londres :

Tables of squares, cubes, square roots, cube roots, reciprocals of all integer numbers, up to 10000. *Stereotype-edition, examined and corrected. Royal*-12.

La première édition est de 1814.

Une de ces Tables contient la réduction en fractions décimales avec *sept* figures décimales des fractions ayant pour numérateur l'*unité* et pour dénominateurs tous les nombres naturels depuis *un* jusqu'à *dix mille* ; tandis que la Table de M. Picarte contient la même réduction avec *onze* figures en fractions qui ont pour *numérateurs* les nombres de 1 à 9, et pour dénominateurs les nombres de 1000 à 10000. Il est évident qu'une telle Table convient aussi aux nombres renfermés entre 1 et 1000 ; par exemple, $\frac{1}{3000}$ convient à $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{300}$.

Chaque page in-folio est divisée en 10 *colonnes* et 100

(*) Né à Norwich en 1776 (13 octobre) ; âgé aujourd'hui de 85 ans.

lignes; la première colonne à gauche contient 100 nombres consécutifs, à commencer toujours par un nombre de centaines. Par exemple, la page 40 contient les nombres depuis 3500 jusqu'à 3599; la ligne supérieure renferme 10 cases; la première à gauche, qui correspond au-dessus des cent nombres consécutifs, est vide : les neuf cases restantes portent successivement les nombres 1, 2, 3, ..., 9. Au-dessus de chacun de ces nombres, en descendant verticalement, on lit 100 nombres. La Table est donc à double entrée; par exemple, à la page 4, on lit dans la colonne 7 et vis-à-vis le nombre 3539 de la première colonne ce nombre 19779598757, cela équivaut à l'équation

$$\frac{7000}{3539} = 1,9779598757 + \text{une fraction},$$

donc

$$\frac{7}{3539} = 0,0019779598757;$$

$$\frac{70}{3539} = 0,0019779598757; \quad \frac{700}{3539} = \text{etc.}$$

Supposons maintenant qu'on veuille réduire en décimales la fraction $\frac{724}{4772}$, on a

$$\frac{700}{4772} = 0,1466890192 8,$$

$$\frac{20}{4772} = 0,0041911148 37,$$

$$\frac{4}{4772} = 0,0008382229637,$$

$$\frac{724}{4772} = 0,1517183570807.$$

Lorsque le diviseur a plus de quatre chiffres, l'auteur fait usage de cette identité $\frac{a}{b+n} = \frac{a}{b}\left(1 - \frac{n}{b+n}\right)$.

Par exemple

$$\frac{724}{47723} = \frac{724}{47720+3} = \frac{724}{47723}\left(1 - \frac{3}{47723}\right),$$

or

$$\frac{724}{47720} = 0{,}015171835 7;$$

$$\frac{3}{47723} \text{ ne diffère pas sensiblement de } \frac{3}{47720},$$

$$\frac{3.724}{47723} = \frac{3.724}{47720} \text{ à peu près } = 0{,}4551549.$$

On voit comment au moyen de cette Table on peut ramener une division à l'addition. En effet, tout nombre est un polynôme composé de termes qui sont des puissances de 10, chacune multipliée par un des nombres 0, 1, 2, 3,..., 9 ; pour opérer une division, il suffit donc d'opérer la division de chaque terme du dividende par le diviseur et de faire la somme des quotients. Or la Table donne ces quotients immédiatement : il faut prendre ces quotients avec un nombre de figures décimales tel, que la somme des restes ne surpasse pas une unité de l'ordre d'approximation qu'on veut obtenir.

Dans un Rapport approbatif fait à l'Académie le 14 février 1859, M. Bienaymé dit : « Il serait temps qu'on » imprimât des Tables de logarithmes à huit décimales » pour lesquelles l'interpolation par les parties proportionnelles pourrait s'exécuter aussi sûrement qu'avec » les sept décimales des Tables actuelles. Mais il n'est » possible d'employer des Tables à neuf et dix décimales » qu'en se servant des différences des deux premiers or-

» dres, ce qui conduit à une interpolation compliquée.
» Or une Table n'est vraiment commode que quand elle
» dispense le calculateur de la contention d'esprit qu'exige
» le calcul : et les meilleures Tables sont celles qui don-
» nent immédiatement le plus grand nombre de résultats
» tout préparés. Celle que M. Picarte a calculée satisfait
» dans son genre à cette condition. »

Le savant rapporteur termine par cette très-juste observation : « La fonction $\frac{1}{x}$, pour être très-simple, n'en est
» pas moins une de celles qui imposent le plus de tra-
» vail aux calculateurs. »

Un tel suffrage dispense de tout autre éloge.

M. Picarte a ajouté à cette Table de quotients, qui commence à la page 15 et finit à la page 164, une Table de logarithmes à neuf et dix décimales en deux pages, car, dit-il avec raison, l'utilité d'une telle Table se fait principalement sentir lorsqu'il s'agit de résoudre des équations de degré supérieur ; par exemple, les puissances telles que 1342^2, 635^3, 41^5 ne peuvent s'obtenir avec des Tables de logarithmes à 7 décimales.

La page 10 contient avec 10 décimales les logarithmes des nombres de 1 à 999.

La page 11 aussi avec 10 décimales contient les logarithmes des nombres de $100000 = 10^5$ jusqu'à 100999, avec une colonne des différences premières.

Pour trouver les logarithmes des autres nombres, l'auteur remarque que tout nombre divisé par ses trois premiers chiffres à gauche donne un quotient qui commence par 100 ; ce nombre est donc le produit de deux facteurs; le logarithme du facteur à trois chiffres se trouve à la page 10, et du second facteur à la page 11 ; la somme donne le logarithme du nombre. Exemple :

$$\log 5276245 = \log 527 + \log 10011{,}64 \ldots ;$$

à la page 10 on trouve le logarithme du premier facteur, et à la page 11 celui du second facteur, faisant usage de la différence première.

Les pages 6, 7, 8 contiennent les logarithmes des nombres 100100, 100999, 100998, 100997 ... 100000, avec trois séries de différences. A l'aide de cette Table et d'une méthode particulière d'interpolation, l'auteur calcule les logarithmes des nombres de 100000 à 101000 avec 15 et même avec 20 décimales, et avec 12 décimales les nombres de 1 à $200000 = 2.10^5$ et qui sont les mêmes que ceux des grandes Tables du Cadastre de France (*voir* Note sur les grandes Tables du Cadastre, par M. Lefort (*), ingénieur en chef des ponts et chaussées; IV^e volume des *Annales de l'Observatoire impérial de Paris*, 1858).

Le gouvernement du Chili, patrie de l'auteur, a souscrit pour 300 exemplaires de son ouvrage comme encouragement aux études mathématiques.

Le Bureau des Longitudes élèverait un monument national, digne du glorieux règne actuel, en publiant des Tables de logarithmes avec *dix* figures décimales, format in-folio, très-commode pour les travaux de cabinet et diminuant le nombre de pages à tourner. Lorsqu'on a une *concaténation* de calculs à exécuter, de telles Tables deviennent désirables, et n'empêchent pas de prendre moins de dix décimales, si l'on peut s'en contenter. D'ailleurs *le superflu, chose si nécessaire,* maxime de Voltaire, est applicable partout.

(*) Né à Paris, 13 mars 1809.

DESARGUES (*).

Si l'on vous demande qui est le fondateur de la géométrie segmentaire, répondez Desargues.

Si l'on vous demande qui est le fondateur de la stéréotomie théorique, répondez Desargues.

Cette théorie était un but fondamental de la création de l'École Polytechnique; toutefois, j'ai quitté cette *alma mater* sans avoir jamais entendu prononcer le nom de Desargues; bien plus, je ne savais pas que Pascal fût un géomètre. La lecture des *propriétés projectives* de mon illustre compatriote m'a délivré de cette grossière ignorance; plus d'un demi-siècle s'est écoulé; cet état des choses est-il changé? Berthollet, Fourcroy, Guyton-Morveau nous entretenaient des grands chimistes, Bergmann, Scheele, etc., qui les ont précédés. J'ignore ce qu'il en est maintenant.

M. Poudra, auteur d'un ouvrage remarquable sur la perspective-relief, récemment publié, et d'une *Histoire de la Perspective* encore en portefeuille, acquiert de nouveaux droits à la reconnaissance des géomètres, et même de la France, en nous gratifiant des œuvres complètes de Desargues : monument élevé à une gloire nationale et qui mérite d'être encouragé par un gouvernement si essentiellement français.

Voici le contenu de l'ouvrage :

(*) Né à Lyon en 1593, mort en 1662, la même année que Pascal.

(Les astérisques indiquent les parties terminées, prêtes pour l'impression)

1. Préface.
* 2. Notice biographique.
* 3. Notice scientifique, extraite des ouvrages du général Poncelet.
* 4. Notice scientifique, extraite des ouvrages de M. Chasles.
5. Recherches sur les divers écrits et travaux de Desargues.
6. Notice sur les écrits des auteurs qui ont critiqué Desargues.
* 7. Perspective de Desargues, 1636.
* 8. Brouillon-projet, etc. (sections coniques), 1639.
* 9. Brouillon-projet, etc. (coupe des pierres), 1640.
*10. Tracé des cadrans solaires, 1640.
*11. Manière de poser le style, 1640.
*12. Proposition fondamentale de la perspective, 1643.
*13. Sur le compas perspectif, 1643.
*14. Trois propositions géométriques, 1643.
*15. Reconnaissance signée Desargues mise en tête de la Coupe des Pierres de Bosse.
*16. Reconnaissance signée Desargues mise en tête de la Gnomonique de Bosse, 1643.
*17. Reconnaissance signée Desargues mise en tête de la Perspective de Bosse, 1647.
*18. Extrait d'une lettre de Desargues (P. Bourgouin).
*19. Annexe au brouillon-projet (sections coniques), 1639.
*20. Analyse, par M. Poudra, du Traité des Sections coniques.
21. Id., des trois propositions géométriques.
22. Id., de la Perspective.
23 Id., de la Gnomonique.
24. Id., de la Coupe des Pierres.

1° Une théorie générale de l'involution de six et quatre points; 2° la théorie des pôles et polaires dans le plan et dans l'espace; 3° les théorèmes sur le quadrilatère coupé par une transversale et sur le quadrilatère inscrit dans une conique, coupé de même par une transversale; 4° la génération des cônes et cylindres; 5° les diverses sections d'un cône par un plan; 6° la détermination sur ces courbes, du centre, des diamètres, des axes, des foyers, des paramètres, etc., soit sur la courbe même, soit dans le cône; 6° diverses propositions sur un cercle et sur deux cercles ou coniques; 7° des considérations sur deux cônes tangents et les sections planes qui en résultent; 8° diverses propositions élémentaires d'Euclide; 9° des réflexions métaphysiques sur l'infini; 10° une autre génération des sections coniques.

Pour une telle entreprise, il fallait un éditeur extrêmement familiarisé avec les considérations segmentaires, doué d'une grande sagacité et d'une forte dose de patience; car presque tous les hommes de génie, *data venia*, ont un tic : celui de Desargues est de s'exprimer en termes figurés très-étranges, dans un style très-singulier. Aussi la lecture est pénible et ce n'est pas le moindre mérite de l'éditeur, d'avoir redressé tant de passages tortueux, d'avoir éclairé tant de coins obscurs.

L'Académie des Sciences de Saint-Pétersbourg appelle l'attention et le secours du gouvernement sur des ouvrages *sérieux* qui ne s'adressent pas à la foule; puisse notre Académie entrer dans la même voie déjà indiquée dans le célèbre Mémoire de Talleyrand.

OMISSION D'UN NOM.

A la page 10, on a omis le nom de M. de Jonquières, auteur de l'article *Porisme*; ce qu'on regrette d'autant moins, que le talent équivaut à une signature inimitable.

BIBLIOGRAPHIE.

Théorie élémentaire des approximations numériques; par *J. Bourget*, professeur de Mathématiques à la Faculté des Sciences de Clermont.

Le livre élémentaire que nous signalons aux lecteurs des *Nouvelles Annales* est destiné spécialement aux aspirants au baccalauréat et aux candidats aux écoles. L'auteur aurait pu en recommander aussi la lecture aux physiciens, aux chimistes, et, en général, à tous ceux qui, s'occupant de sciences appliquées, ont à substituer dans des formules les nombres qui résultent de leurs expériences.

Nous croyons, en effet, que ce petit ouvrage répandra mieux que tout autre l'usage des méthodes abrégées dans les calculs numériques. Elles sont bien prescrites par les programmes, enseignées dans les cours, mais rarement appliquées par les élèves dans les compositions (*). Du reste, il faut convenir que peu de personnes savent obtenir un résultat avec une approximation donnée, en n'écrivant que les chiffres indispensables, ou bien trouver les chiffres sur lesquels on peut compter dans le résultat d'un calcul d'après l'incertitude qui règne sur les données.

Ainsi, l'on rencontre souvent dans les livres de physique des coefficients de dilatation avec sept chiffres significatifs, des capacités calorifiques, des densités et des

(*) On demandait à un élève pourquoi il n'avait pas appliqué les methodes abrégées; il repondit : Je n'avais pas le temps. Tm.

indices de réfraction avec cinq et six décimales. En y regardant de près, on voit que l'approximation de ces résultats est exagérée, on dirait que les auteurs, en se servant pour calculer leurs expériences des Tables de Callet, ont cru suppléer au moyen des logarithmes à l'insuffisance des moyens d'observation.

Du reste, l'exemple partait de haut : l'on trouve dans le troisième volume de Laplace les perturbations planétaires calculées par Bouvard à moins d'un millionième de seconde centésimale près, tandis que l'on pouvait à peine compter sur les dixièmes de seconde par suite des termes négligés et de l'incertitude qui régnait sur les masses des planètes perturbatrices (*).

La lecture du livre de M. Bourget prémunira contre cet abus des décimales : dans le second paragraphe, l'auteur discute les limites des erreurs que l'on commet ordinairement dans la mesure des grandeurs, et montre que dans le commerce et l'industrie, lorsque l'on effectue directement cette mesure, qu'il s'agisse de longueurs ou de volumes, de poids ou de températures, on ne peut pas généralement compter sur plus de quatre chiffres. De là résulte immédiatement que dans les résultats des calculs effectués sur ces données appprochées on ne pourra pas compter, en général, sur plus de quatre chiffres exacts, et dès lors les calculs numériques ne seront jamais bien longs, soit qu'on les fasse directement, soit qu'on les effectue par logarithmes.

Si les calculs sont faits directement, on diminue le travail à l'aide des méthodes abrégées de multiplication et de division : l'auteur donne de ce procédé de division une démonstration simple, que les élèves pourront ap-

(*) L'insuffisance des figures décimales ajoutée à l'insuffisance des observations améliore-t-elle les résultats? Tm.

prendre et retenir avec facilité ; des exemples bien choisis suivent les règles pratiques, et le tableau des calculs à effectuer, donné *in extenso*, montre clairement la marche à suivre pour arriver au résultat en calculant avec sobriété, nous voulons dire en écrivant le moins de chiffres possible.

M. Bourget aborde ensuite les erreurs relatives, mais il les aborde à regret, il les croit inutiles dans la pratique et ne donne définition et théorèmes que pour se conformer au programme : ici nous avons peine à nous rendre à l'opinion de l'auteur et nous croyons que la considération des erreurs relatives permet d'établir facilement et sans incertitude le nombre des chiffres exacts d'un résultat lorsqu'on a calculé approximativement le chiffre des plus hautes unités. Le procédé, fondé sur la multiplication et la division abrégée qu'emploie M. Bourget, donne comme douteux des chiffres exacts ; par exemple, dans le calcul de l'expression

$$x = \frac{5,297 \times 3,128}{7,403}$$

où tous les nombres sont regardés comme approchés à moins d'une unité près du dernier ordre, x a trois chiffres exacts et le quatrième est douteux, car la somme des erreurs relatives est à peu près $\frac{1}{1500}$ et le premier chiffre du résultat est 2 : M. Bourget ne donne comme exacts que les deux premiers chiffres et barre le troisième ; ne vaudrait-il pas mieux, puisqu'un peu plus de précision s'obtient si facilement, se servir des erreurs relatives pour calculer rapidement l'incertitude du résultat, et diriger ensuite le calcul de manière à obtenir tous les chiffres sur lesquels on peut compter, et ceux-là seulement ?

Les applications nombreuses qui terminent cet ouvrage éminemment pratique sont habilement choisies; les énoncés sont empruntés à la physique, à la mécanique, aussi bien qu'aux diverses branches des mathématiques pures, et les aspirants au baccalauréat ès sciences y trouveront développées les solutions de questions analogues à celles que proposent ordinairement les Facultés. L'auteur, dans quelques-unes de ces solutions, fait cette remarque, déjà signalée plus haut, que les physiciens donnent comme exactes bien des décimales incertaines.

M. Bourget a consacré aussi quelques pages à l'approximation obtenue au moyen des logarithmes; il commence par établir, en considérant les différences tabulaires, qu'une Table à cinq décimales, comme celle de M. Hoüel (*), est plus que suffisante pour les calculs ordinaires, que presque toujours dans les logarithmes à sept figures il y en a trois complétement douteuses par suite de l'incertitude du nombre auquel correspond le logarithme : une petite table à trois ou quatre décimales, logarithmique et anti-logarithmique, collée sur les deux faces d'un carton serait d'une grande utilité; suspendue dans tous les laboratoires de physique et de chimie, elle remplacerait avec avantage le gros volume de Callet.

Cette superfluité des grandes Tables est une vérité qu'on ne peut contester, mais elle est encore peu connue et l'auteur a eu raison, pour la présenter sous une forme plus saisissante, d'en faire l'objet d'un théorème.

Lorsqu'on effectue par logarithmes un calcul sur des données inexactes, on peut juger de l'approximation du résultat à l'aide d'une méthode uniforme et assez simple

(*) Ces sortes de Tables, à raison de leur bas prix et de leur format portatif, sont utiles aux arpenteurs, aux voyageurs, en général, pour trouver *grosso modo* des résultats *isolés*. TM pour figurer dans un traité élémentaire d'approximations : cette marche consiste à mettre en regard des divers logarithmes l'erreur maximum ou *l'incertitude* qui peut affecter leurs dernières décimales. La somme de ces erreurs donnera l'erreur maximum de la somme ou de la différence de ces logarithmes, c'est-à-dire du logarithme du produit ou du quotient qu'il s'agit de calculer ; dans l'extraction des racines carrées, cubiques, etc..., l'erreur maximum du logarithme de la racine sera la moitié, le tiers, etc..., de celle du logarithme de la puissance ; de l'incertitude du logarithme final on conclut l'incertitude du nombre correspondant, c'est-à-dire du résultat cherché.

Soit, par exemple, à calculer le volume engendré par un secteur circulaire AOB tournant autour de AO, sachant que l'angle AOB est de $35^\circ\ 24'$ à une minute près et que le rayon AO est de $7^m,34$ à un centimètre près ; le volume sera donné par la formule

$$V = \frac{4}{3}\pi . \overline{7,34}^3 . \sin^2 17^\circ 42'$$

et l'on disposera le calcul de la manière suivante :

	Logarithmes.	Incertitude.
$R = 7,34$.....	$0,86570$	59
$\sin 17^\circ 42'$......	$\bar{1},48292$	40
$\frac{4}{3}\pi$	$0,62209$	1
R^3............	$2,59710$	177
$\sin^2 17^\circ 42'$.....	$\bar{2},96584$	80
V..	$2,18503$	258

Comme la différence tabulaire est 29 dans la partie des Tables où l'on cherche le nombre correspondant à ce logarithme, le volume cherché sera $153^{m},1$ avec 9 unités d'incertitude sur le dernier chiffre; ce qui revient à dire que le volume est compris entre 152,2 et 154,0.

On voit par ce qui précède que M. Bourget a bien raison d'appeler l'attention des calculateurs et des élèves sur les méthodes abrégées, puisqu'elles permettent de calculer rapidement les résultats demandés avec toute l'approximation que comportent les données. Nous nous associerons pleinement aussi à ses regrets lorsqu'il déplore les préjugés que rencontre encore l'usage si avantageux de la règle à calcul; et en terminant nous dirons avec l'auteur : « que » faire usage des Tables de logarithmes à plus de cinq » décimales, c'est, presque toujours, perdre un temps » précieux, et s'exposer sans profit aux erreurs faciles des » longs calculs; bien plus, c'est vouloir prendre volontai» rement une idée fausse du résultat final. »

E. Burat.
Professeur au lycée de Bordeaux.

Note du Rédacteur. Dans le commerce, dans les laboratoires, etc., et dans une foule d'occasions, le meilleur emploi à faire des logarithmes est de s'en passer et de s'en tenir à l'arithmétique *bourgeoise,* surtout quand on a une Table de Pythagore suffisamment étendue à sa disposition. J'ai eu à faire dans ma vie beaucoup de calculs pour l'artillerie, où l'on prend très-souvent le *millimètre* pour unité, et avec la Table de Crelle, qui donne les produits de trois chiffres par trois chiffres, on peut très-bien ne pas recourir aux logarithmes. Dans les usines à calculs, telles que les observatoires, les bureaux de statistiques, d'assurances, on ne connaît pas de méthodes abrégées *officielles,* chacun abrége selon les circonstances. Bien entendu le tout pour des calculs *isolés;* mais dès qu'il s'agit d'une *concaténation* de calculs, les logarithmes sont indispensables, et assez souvent sept figures décimales sont insuffisantes, il en faudrait au moins dix, comme dans Vlacq; surtout quand on évalue les angles par des sinus et cosinus; sept chiffres suffisent pour les tangentes. Des Tables avec 10 décimales sont très-désirables et aussi les logarithmes des nombres premiers avec 48 décimales, tels que les a donnés Wolframm et plus étendus (*). D'ailleurs, ayant 10 décimales, rien ne s'oppose à ce qu'on n'en prenne que 7 et même 5, si l'on peut s'en contenter. Ayons toujours devant nous cette maxime de Voltaire :

Le superflu, chose si nécessaire,

la tendance régnante est d'accoutumer les élèves à se contenter du *nécessaire,* tendance *débilitante*.

Physique du globe. — Détermination de la loi du mouvement d'un point matériel sur un plan incliné à une latitude quelconque, en ayant égard à l'influence exercée par la rotation diurne de la terre; par M. *de Colnet d'Huart,* docteur ès sciences, professeur à l'Athénée de Luxembourg. — Luxembourg, 1860; in-8° de 13 pages, 1 planche.

Tous les corps participant au mouvement de la terre, c'était une croyance vulgaire qu'on pouvait faire abstraction de ce mouvement, d'après le principe des mouvements relatifs. La célèbre expérience pendulaire de M. Foucault a changé les idées. Aujourd'hui il est généralement connu que les graves ne tombent pas en ligne droite (Newton); que le fil à plomb n'est pas droit (Puiseux); que l'extrémité du pendule ne décrit pas une

(*) Wolframm donne les nombres consécutifs de 1 à 2353 et les nombres premiers de 2357 à 10009 (Tables de Vega).

droite sur le plan horizontal (Villanni et Foucault), et M. de Colnet démontre que les graves ne décrivent pas la droite de plus grande pente sur un plan incliné.

A cet effet, l'auteur suppose qu'un cône *droit* soit fixement attaché à un point de la terre de latitude donnée. L'axe du cône est dirigé vers le zénith. Une molécule pesante est placée dans l'intérieur du cône. Il s'agit de trouver les équations du mouvement de cette molécule dans l'espace. La molécule subit l'action de trois forces : 1° la pesanteur ; 2° la force centrifuge ; 3° la résistance de la surface : les deux dernières sont variables.

Les données du problème sont : 1° l'angle du cône ; 2° la latitude ; 3° le rayon terrestre ; 4° la vitesse angulaire diurne d'un point à l'unité de distance du centre de la terre. Les variables du problème sont : 1° la distance de la molécule au sommet du cône ; 2° l'angle du méridien du cône, passant par la molécule, avec le méridien fixe terrestre ; 3° le temps ; 4° la vitesse du mobile.

Il y a deux systèmes d'axes rectangulaires ; le premier est fixe ; l'axe des z est celui de la terre, et les axes des x et y dans l'équateur ; le second système est pour le cône, dont l'axe est celui des z ; les axes de x et y sont parallèles à ceux de la terre ; ce second système est mobile.

L'auteur pose, d'après les principes de dynamique, les équations aux différentielles secondes du mouvement ; élimine la force de résistance, trouve les valeurs de $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$; néglige ensuite dans les équations $\frac{r^2}{R^2}$, r rayon conique, et R rayon terrestre ; de même, le carré de la vitesse diurne ; ces diverses simplifications permettent d'évaluer la force F qui agit sur la molécule, tangentiellement au cône et perpendiculairement à l'arête.

Cette force F, but essentiel du problème, renferme deux termes, dont l'un renferme la vitesse du mobile, et l'autre en est indépendant. Ce second terme existe donc seul et encore lorsque le mobile est en repos sur la sphère et tend à la déformer; ce qui n'a plus lieu lorsque la terre a pris sa forme ellipsoïdique, assertion que l'auteur promet de démontrer.

Supposons maintenant un spectateur placé le long de cette arête, la face tournée vers l'axe; alors selon le signe de F, il verra le point se diriger vers sa droite ou vers sa gauche; et il existe une arête où F est nulle; alors la molécule se dirige sur l'arête sans déviation.

La position de cette arête singulière dépend de l'angle du cône; faisant varier, l'auteur prouve que le lieu de ces arêtes singulières est un cône droit qu'il nomme *cône de séparation*, parce qu'elles séparent les déviations dextres des déviations senestres. L'auteur indique la construction géométrique de ce cône, qui jette un grand jour sur tous ces phénomènes.

Lorsque l'angle du cône est nul, on obtient les déviations des corps tombants; et lorsque cet angle est droit, on a les déviations des corps se mouvant sur un plan horizontal : c'est le cas du pendule Foucault; l'extrémité se meut dans un plan sensiblement horizontal.

Le Mémoire est terminé par ces deux équations finales, qu'on obtient par l'intégration des équations du mouvement :

$$(1) \qquad p = \alpha + \omega \left[b - \alpha t + \frac{b^2}{b - \alpha t} - 2b \right] \cos q :$$

$p =$ angle de déviation au bout du temps t, angle du méridien du cône avec celui de la terre;

$\alpha =$ valeur de p quand $t = 0$;

$b =$ largeur de l'arête du cône;

$q =$ latitude; cos q toujours positif dans l'hémisphère boréal.

$$(2)\quad \frac{dp}{dt} = \left[\frac{b^2}{(b - \alpha t)^2}\right] \frac{a\omega(\sin n \cos q + \cos n \sin q \cos p)}{\sin n}:$$

a = vitesse du mobile qu'on suppose devenue constante en conséquence du frottement;

n = angle du cône; inclinaison de l'arête sur le cône;

$\frac{dp}{dt}$ est la force accélératrice de déviation.

C'est au résumé une bonne étude où l'auteur déploie une grande habileté de calcul.

Peut-être, en dirigeant l'axe des x, comme d'ordinaire, vers les points équinoxiaux, on aurait eu quelque clarté de plus.

M. Lafon, professeur de mécanique à la Faculté de Nancy, vient de publier : *Mémoire sur la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe*, in-8 de 36 pages. Ce très-savant écrit, fondé sur les équations de Hamilton et sur l'intégration *complète* d'un système d'équations différentielles au moyen d'un certain nombre d'intégrales particulières, n'est pas susceptible d'une analyse élémentaire. Le chapitre II (p. 16) éclaircit les abstractions très-générales du chapitre I; dans le chapitre III (p. 27) et dernier, on tient compte de la rotation de la terre. C'est, avec l'excellent Mémoire de M. Quet sur les mouvements relatifs, la solution la plus rigoureuse de l'influence de cette rotation, et qui s'exerce même sur la direction des lames dans les marées (*).

Voir aussi le Mémoire de M. Poncelet (*Comptes rendus*, t. LI, septembre et octobre).

M. Villarceau a lu en mars dernier un travail sur le même sujet à la Société Philomathique.

(*) STREFFLEUR (V. VON), *Die erscheinungen der ebbe und fluth unter dem einflusse der rotation.* — Phénomènes du flux et reflux sous l'influence de la rotation. Vienne, 1847

SUR L'ORIGINE DU MOT THÉODOLITE.

Dans la collection anglaise : *The London, Edinburg and Dublin Philosophical Magazine*, vol. XXVIII, janvier-juin 1846, n° XLVI, p. 287-288, l'érudit M. August de Morgan (*) donne en deux pages ses conjectures sur la dérivation du mot *théodolite*. Il le rencontre déjà dans un ouvrage anglais publié à Londres en 1571 et réimprimé en 1591 : c'est *Geometrical practise named Pantometria;* ouvrage commencé par Leonard Digges (militaire, mort en 1573) et terminé par son fils Thomas Digges (militaire, mort en 1595). Le chapitre 27 roule sur *The composition of the Instrument called Theodelitus;* ce n'est autre chose qu'un cercle gradué sur lequel tourne une règle munie de pinnules. Diverses locutions, telles que *circle called Theodelitus* ou *planisphere called Theodelitus,* font voir que le mot théodélite est employé ici comme *adjectif* et non comme *substantif*: *cercle théodélité.* Le cercle est placé *horizontalement;* placé verticalement, cela aurait été l'*astrolabe* de ce temps et pas autre chose. Leybourn, dans son *Compleat Survoyer* (1657), l'Arpenteur accompli, nous apprend qu'on ajoutait *quelquefois* à cet instrument un *cercle de hauteur, altitude circle;* et Stone, dans son Dictionnaire mathématique (1726), dit que l'instrument était *quelquefois* muni d'un télescope.

Une règle munie de pinnules et tournant sur un cercle gradué entrait dans la composition de plusieurs instruments d'astronomie importés de l'Orient, et une telle

(*) Né le 27 juin 1806, à Madura (Indostan méridional).

règle portant en arabe le nom de *alhidada*, ce mot fut aussi appliqué à ces instruments (*). Le mot *alhidade* et aussi *alidade* fut complétement naturalisé en France et fut aussi employé par les écrivains anglais au XVI^e^ siècle, entre autres par Digges lui-même. Les mots *théodolite* et *alidade* diffèrent tellement au premier abord, que l'idée de faire dériver l'un de l'autre ne se présente pas naturellement. Cependant, c'est cette dérivation qu'adopte M. de Morgan, avec grande probabilité. Il trouve d'abord une formation intermédiaire dans l'ouvrage de M. William Bourn : *Treasure for travailers*, Trésor des travailleurs (1578); il ne se sert pas du mot théodolite, mais désigne l'instrument de Digges sous le nom de *horizontal* ou de *sphère plate*. Il commence par écrire *alydeday* au lieu d'alidade, et puis change cela et écrit constamment *athelida*. Comme le cercle *athelidé* de Bourn est le même instrument que le cercle théodélité de Digges, la dernière dénomination peut provenir par la corruption de la première, ce qui n'a rien de surprenant dans le moyen âge, où il n'existait rien de fixe ni pour l'orthographe ni pour la prononciation. La même voyelle avait divers sons, comme cela à encore lieu en anglais; et en français *ouvrir* vient de *operire*, *o* changé en *ou; alouette* de *alauda*, *au* changé en *ou; ierre* de *hedera*, *e* changé en *i;* l'article *le* s'est confondu avec le nom, d'où lierre et maintenant par redoublement *le lierre*, et une foule d'autres mots. M. Breton (de Champ), auquel j'ai communiqué ce travail, pense que l'article anglais *the* a été congloméré avec halidade, *the halidade* et d'où *théodolite*. Cette étymologie est certes mieux fondée que celle qu'on a tirée du grec, θέαομαι, et δολιχὸς, *voir de loin*, cela suppose le télescope; et M. de Morgan objecte avec

(*) *Al hidat*, instrument servant à se diriger, du verbe *hidi*, diriger raison que le mot théodélite a précédé de beaucoup l'invention du télescope.

L'instrument consiste principalement dans un cercle vertical, tournant autour d'un axe vertical et muni d'une règle à pinnules. Or le *cosmolabe* de Jacques Besson remplit parfaitement ce but. Cette ingénieuse composition par les mouvements de diverses pièces, *base*, *jambes*, *genou*, *cuisse*, *atlas*, permet de décrire des cercles perpendiculaires et parallèles à l'équateur, à l'horizon, à l'écliptique, et même des grands cercles passant par deux étoiles quelconques. L'instrument est décrit dans l'ouvrage suivant :

Le Cosmolabe ou instrument universel concernant toutes observations qui se peuvent faire par les sciences mathématiques, tant au ciel, en la terre, comme en la mer; de l'invention de M. Jaques (sic) *Besson* (*), *professeur desdites sciences en la ville d'Orléans*. A Paris, par Ph.-G. Deroville, rue Saint-Jaques (*sic*) près Saint-Benoest, à la Concorde, 1567, in-4° de 324 pages.

A l'aide de cet instrument, on peut résoudre pratiquement tous les problèmes d'astronomie et de géographie; l'exécution serait peut-être encore utile pour les pensionnats.

L'instrument de Héron d'Alexandrie (seconde moitié du IIe siècle avant notre ère), nommé *dioptre*, admettant un cercle divisé sur lequel se mouvait une alidade à pinnules, pouvait faire office de théodolite. C'est l'opinion de M. A.-J.-H. Vincent, Membre de l'Institut, exprimée p. 2 de sa préface aux *Extraits des manuscrits relatifs à la géométrie pratique des Grecs*, in-4°, imprimé en 1858, première édition correcte du texte avec une lumi-

---

(*) Professeur de mathematiques a Orleans, date de naissance et de mort inconnues.

neuse traduction, où nous puiserons quelques renseignements historiques intéressants.

On trouve l'ouvrage de Héron, texte et traduction latine, dans le *Veteres mathematici*, qui renferme aussi les instruments balistiques des Anciens, dont un auguste Mécène fera publier une traduction avec des planches grand format; les machines de jet sont construites dans un atelier organisé *ad hoc*.

CONSEILS AUX LECTEURS
ET
NOUVEAU THÉORÈME DU CALCUL DES PROBABILITÉS.

1° Lorsque j'étudie des ouvrages *sérieux*, ceux de nos grands maîtres, par exemple les divers traités de M. Lamé, je dresse pour mon usage trois tables.

a. Table des notations particulières à l'auteur.

b. Table des formules et des équations *numérotées*.

c. Table des définitions et des termes particuliers à l'auteur.

Toujours avec le quantième de la page.

Outre la table des matières, les ouvrages imprimés devraient contenir ces trois tables, et même une table des noms d'auteurs cités.

Ces cinq tables faciliteraient l'étude, les recherches, économiseraient le temps.

2° Les noms propres ne se devinent pas toujours très-facilement. On ne saurait donc les écrire trop lisiblement. Il conviendrait, du moins pour la première fois, de les écrire en *lettres capitales* et d'écrire en toutes lettres les prénoms.

Ces propositions ne seront pas adoptées, et cela d'après un théorème oublié dans tous les traités du calcul de probabilités.

Nouveau théorème du calcul des probabilités.

La chance d'adoption d'une proposition est en raison inverse de la quantité de bon sens qu'elle renferme.

Voici quelques applications.

1° Les fractions continues sont indispensables pour trouver le rapport $\frac{22}{7}$, connu des charpentiers, aujourd'hui introuvable pour nos élèves; indispensables pour trouver l'intercalation grégorienne; indispensables même dans le commerce, pour réduire les deux termes d'une fraction à des termes moindres et suffisamment approchés.

Introduira-t-on ces fractions dans l'enseignement? — Non.

2° Les fonctions symétriques sont la pierre fondamentale de la théorie des équations; de la géométrie segmentaire, géométrie moderne.

Introduira-t-on ces fonctions dans l'enseignement? — Non.

3° La méthode projective de M. Poncelet, la méthode homographique de M. Chasles, permettent de découvrir de nombreuses propriétés dans les lignes et surfaces d'ordre supérieur avec la même facilité que dans le cercle et la sphère; facilitent et généralisent les démonstrations de la géométrie vulgaire.

Introduira-t-on ces méthodes dans l'enseignement? — Non.

4° La magnifique représentation des couples, admise aujourd'hui dans les cinq parties du monde, met à la portée des intelligences moyennes les principes les plus élevés de la Dynamique, les phénomènes les plus complexes du système du monde.

Introduira-t-on cette représentation, une des plus belles conceptions de l'esprit français, dans l'enseignement français ? — Non.

5° Les coordonnées *trilitères* pour les lignes, *quadrilitères* pour les surfaces, inculquent aux formules les nombreuses propriétés des fonctions homogènes, leur donnent de l'élégance et des qualités mnémoniques, si précieuses dans les recherches mathématiques.

Introduira-t-on ces coordonnées dans l'enseignement ? — Non.

6° La connaissance des principales étoiles de première grandeur, des plantes principales industrielles et alimentaires, de quelques principes d'hygiène, de quelques dispositions de nos codes, est aussi utile que d'apprendre par cœur des dates et des noms historiques que l'on oublie le lendemain des examens.

Introduira-t-on ces connaissances dans l'enseignement ? — Non.

Tous ces *non* sont des conséquences immédiates de mon principe.

ÉPITAPHE DE DIOPHANTE

(voir t. XIX, p. 72).

Correction.

Au lieu de

. . . . le tout égalera
l'inconnue x

lisez

. . . . le tout égalera
la moitié d'x

(Communiqué par M. Henri Delorme, élève du lycée Louis-le-Grand.)

BIBLIOGRAPHIE.

JOURNAL FUR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK
(CRELLE, t. LVII, 3e cahier, 1860)
(voir t. VI, p. 17)

Géométrie.

E.-E. KUMMER (*). *Théorie générale des faisceaux rectilignes*; voir *Nouvelles Annales*, t. XIX, p, 362.

M. Abel Transon a présenté un Mémoire sur le même sujet à l'Académie des Sciences; voir *Comptes rendus*; 1860.

JOH.-NIK. BISCHOFF. *Degré d'une surface développable doublement circonscrite à une surface de degré* m.

1. Soient x_1, x_2, x_3, x_4 les coordonnées *quadrilitères* des deux surfaces données par les équations *homogènes*

$$(1) \qquad \left\{ \begin{array}{l} f = 0 \text{ de degré } m \\ \varphi = 0 \text{ de degré } n. \end{array} \right.$$

Si par tous les points de la courbe d'intersection on mène des plans tangents à la surface f, on obtient une surface développable donnée par l'élimination de x_1, x_2, x_3, x_4, entre les équations (1), l'équation du plan

(*) Ernst-Eduard Kummer, né à Saurau (Basse-Lusace) le 29 janvier 1810, professeur à l'université de Berlin.

tangent $\xi_1 f_1 + \xi_2 f_2 + \xi_3 f_3 + \xi_4 f_4 =$ et la suivante

$$o = \begin{vmatrix} \varphi_1, & \varphi_2, & \varphi_3, & \varphi_4 \\ f_1, & f_2, & f_3, & f_4 \\ f_{13}, & f_{23}, & f_{33}, & f_{43} \\ f_{14}, & f_{24}, & f_{34}, & f_{44} \end{vmatrix};$$

les indices indiquent les quotients différentiels pris par rapport à la variable de même indice.

Soient

g, le degré (*gradus*) de cette surface;

c, la classe de cette surface;

d, le degré de la courbe plane tracée sur la surface développée et telle, que chaque plan tangent coupe la surface suivant une courbe qui a un *double point;*

r le degré de la courbe plane telle, que chaque plan tangent coupe la surface suivant une courbe qui a un point de *rebroussement.*

On a

$$g = mn(3m + n - 6);$$
$$c = mn(m - 1);$$
$$d = \frac{1}{2} m^2 n^2 (3m + n - 6)^2 - mn(5n + 11m - 26);$$
$$r = 3mn(2m + n - 5).$$

2. Le lieu des points de la surface f (degré m) tels, que chaque plan tangent coupe la surface f suivant une courbe D ayant au point double au point de contact, est d'ordre

$$d_1 = m(m - 2)(m^3 - m^2 + m - 12),$$

et lorsque la courbe d'intersection R a un point de rebroussement au point de contact, l'ordre est

$$r_1 = 4m(m - 2).$$

(SALMON, *Trans. of the Irisch. Acad.*, vol. XXIII,

p. 469. — SCHLAFLI, *Quart. Journal of Mat.*, vol. I, p. 64.)

3. La surface développable R_1 circonscrite à la surface f, le long de la courbe R, est de l'ordre $28m(m-2)^2$. Cette surface s'abaisse si le long de la courbe R deux plans tangents *consécutifs* coïncident, c'est-à-dire si un plan tangent à f est aussi plan osculateur de R; alors le degré de R_1 se réduit à $2m(m-2)(3m-4)$, par conséquent le nombre des points de la courbe R où les plans tangents sont en même temps plans osculateurs de la courbe R, est

$$28m(m-2)^2-2m(m-2)(3m-4)=2m(m-2)(11m-26).$$

4. La surface développable D_1 circonscrite le long de la courbe D est *doublement* circonscrite et son degré est

$$m(m-2)^2(m^3-m^2+m-9)(m^3-m^2+m-12);$$

ce degré est aussi susceptible d'abaissement d'une manière analogue à la courbe R.

Analyse.

E. HEINE (*). *Sur les numérateurs et dénominateurs des valeurs approchées de fractions continues.*

Gauss a donné les développements des fonctions continues générales résultant du développement des quotients de deux séries *hypergeométriques*

$$\frac{F(\alpha,\beta+1,\gamma+1)}{F(\alpha,\beta,\gamma)}$$

(*) Heinrich-Eduard Heine, né à Berlin le 15 mars 1821, professeur à l'université de Berlin depuis 1856.

et en particulier du développement de la série unique $F(\mu, \alpha, \gamma)$.

(*Disquisitiones generales circa seriem infinitam, etc.*, *Comment. recent. Soc. Gott*, t. II, 1811-13.)

Dans un écrit postérieur, Gauss appliquant ses formules à la série hypergéométrique $\log \frac{1+x}{1-x}$ développée en fraction continue, trouve que la loi des *dénominateurs* des valeurs approchées coïncide avec les fonctions *sphériques* et que chaque numérateur retranché du produit du dénominateur par la série $\log \frac{1+x}{1-x}$ donne un reste dont la partie essentielle est encore une série hypergéométrique.

(*Methodus nova integralium valores per approximationem inven. Comm. recent. Soc. Gott.*, t. III, 1814-15.)

M. C. Christoffel a trouvé la formation des *numérateurs* (*Crelle*, t. LV), enfin M. Heine a trouvé la loi de formation des numérateurs et dénominateurs des quotients généraux $\frac{F(\alpha, \beta+1, \gamma+1)}{F(\alpha, \beta, \gamma)}$ (*Crelle*, t. XXXIV).

Voici l'objet du présent Mémoire. Soient les n équations linéaires

$$\begin{aligned}
f_0 &= \mu_1 f_1 + \nu_1 f_2,\\
f_1 &= \mu_2 f_2 + \nu_2 f_3,\\
&\ldots\ldots \ldots\ldots\ldots \ldots\\
f_{n-1} &= \mu_n f_n + \nu_n f_{n+1}.
\end{aligned}$$

On sait que $\frac{f_0}{f_1}$ se développe en fraction continue, et que l'on a en général

$$f_0 = A_n f_n + \nu_n B_n f_{n+1}.$$

Euler a déjà démontré que les A et les B sont les dénominateurs des fractions approchées de la fraction continue; de sorte qu'on a

$$(1) \qquad f_0 = Q_n f_n + \nu_n Q_{n-1} f_{n+1},$$

où Q_n est le dénominateur de la $n^{ième}$ fraction approchée $\frac{P_n}{Q_n}$; on a de même

$$(2) \qquad f_1 = P_n f_n + \nu_n P_{n-1} f_{n+1}$$

et

$$f_1 Q_n - f_0 P_n = (-1)^n \nu_1 \nu_2 \ldots \nu_n f_{n+1}.$$

L'auteur applique ces résultats aux quotients généraux de Gauss cités ci-dessus et comme cas particulier à la formule

$$F\left(k, 1, 1, \frac{x}{k}\right) = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} + \ldots = e^x.$$

Arithmologie.

Kronecker (*). *Sur le nombre des classes de forme quadratique à déterminants négatifs.*

Problème très-difficile, qui n'est pas encore résolu; mais l'auteur indique huit relations entre toutes les classes non équivalentes à déterminant négatif $-n$ et indiquées par le symbole $G(n)$ et les mêmes classes où au moins un des coefficients extrêmes est négatif, classes indiquées par le symbole $F(n)$; l'auteur est obligé d'introduire encore neuf autres symboles se rapportant à la nature du nombre n, relativement à ses diviseurs, à la somme de ces diviseurs, etc. On sait que l'abbé Joubert a traité le même sujet (*Nouvelles Annales*, t. XIX, p. 406; 1860).

(*) Kronecker (Leopold), né à Lieguitz le 7 decembre 1823, sans emploi a Berlin.

Analyse infinitésimale.

G. BAUER. *Sur les fonctions gamma et sur une espèce particulière de produits infinis.*

Ce produit infini est

$$\log \frac{(a+2)^{\frac{i}{2}}(a+4)^{\frac{i}{4}}(a+6)^{\frac{i}{6}}\dots(a+2i)^{\frac{i}{2i}}}{(a+1)^{\frac{i}{1}}(a+3)^{\frac{i}{3}}\dots(a+2i+1)^{\frac{i}{2i+1}}},$$

$\frac{i}{n}$ est le $n^{\text{ième}}$ coefficient binomial de la puissance $i^{\text{ième}}$ et i doit être pris depuis o jusqu'à ∞.

On a

$$\psi(a) = \frac{d\log\Gamma a}{da} = \int_0^\infty \left[e^{-z} - \frac{1}{(1+z)^a}\right]\frac{dz}{z},$$

(DIRICHLET)

$$\frac{d\psi a}{da} = \psi'(a) = \int_0^\infty \frac{\log(1+z)}{(1+z)^a}\frac{dz}{z}$$

$$= -\int_0^\infty \frac{\log\left(1 - \frac{z}{1+z}\right)\frac{dz}{z}}{(1+z)^a}$$

$$= \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{1}{i}\int_0^\infty \frac{z^{i-1}}{(1+z)^{a+i}}dz = \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{1}{i}\,\frac{\Gamma i\,\Gamma a}{\Gamma(a+i)};$$

d'où

$$\psi' a = \frac{1}{a} + \frac{1}{2}\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{3}\frac{1\,2}{a(a+1)(a+2)} + \dots.$$

L'auteur décompose ces fractions par la méthode connue, et intégrant ensuite, il obtient

$$\psi(a) = \log \prod_{i=0}^{i=\infty} \left[\frac{a\,(a+2)^{\frac{i}{2}} \ldots}{(a+1)^{\frac{i}{1}}\,(a+3)^{\frac{i}{3}} \ldots} \right],$$

produit infini de ci-dessus.

L'auteur parvient à intégrer cette dernière équation et obtient

$$\Gamma(a) = Ce^{-a} \prod_{i=0}^{i=\infty} \left[\frac{a^a\,(a+2)^{T_2}\,(a+4)^{T_4} \ldots}{(a+1)^{T_1}\,(a+3)^{T_3} \ldots} \right],$$

où $T_n = \left(\frac{i}{n}\right)(a+n)$, $\left(\frac{i}{n}\right)$ comme ci-dessus.

Il établit également cette belle relation

$$\log \Gamma(a) = \log \sqrt{2\pi} + \left(a - \frac{1}{2}\right)\log a - a + \sum_{m=1}^{m=\infty} \frac{(-1)^m E_m}{m(m+1)} \frac{1}{a^m},$$

$$E_m = \sum_{i=1}^{i=m+1} \frac{1}{i+1} \left[\left(\frac{i}{1}\right) 1^{m+1} - \left(\frac{i}{2}\right) 2^{m+1} + \frac{1}{3} B^{m+1} - \ldots \right]$$

et on a cette identité

$$E_m = (-1)^{\frac{1}{2}(m+1)} B_m,$$

B_m étant le $m^{ième}$ nombre bernoullien de rang impair.

A. Cayley. *Démonstration d'un théorème de Jacobi par rapport au problème de Pfaff* (*) (en français).

Ce problème est contenu dans ce Mémoire, inséré dans

(*) Pfaff (Jean-Frédéric), né à Stuttgart le 22 décembre 1765, mort à Halle le 21 avril 1825.

les *Mémoires de l'Académie de Berlin* (1814-15) : *Methodus generalis æquationes differentiarum particularium, nec non æquationes differentiales vulgares utrasque primi ordinis, in ter quatuorque variabiles, complete integrandi.*

Soit l'équation du premier ordre

$$X_1\,dx_1 + X_2\,dx_2 + X_3\,dx_3 + X_4\,dx_4 = 0.$$

Pfaff démontre que si l'on a une équation intégrale particulière, on peut trouver l'intégrale générale au moyen de deux intégrations complètes de deux équations différentielles du premier ordre entre trois variables ou bien d'une équation différentielle du second ordre entre deux variables et d'une équation différentielle du premier ordre entre trois variables. Mais Jacobi *dit* que lorsqu'on a trouvé une équation intégrale, on peut éliminer x entre cette intégrale et l'équation donnée; il reste une équation différentielle de *trois variables qui satisfait à la condition d'intégrabilité.* C'est le théorème que Jacobi a probablement démontré dans un Mémoire sur la mécanique analytique qu'il annonce avoir composé et qui n'est pas encore publié. En attendant, M. Cayley donne cette démonstration :

Soit

$$a = \varphi(x_1, x_2, x_3, x_4),$$

x_4 devient une fonction de x_1, x_2, x_3, et l'équation donnée prend la forme

$$Y_1\,dx_1 + Y_2\,dx_2 + Y_3\,dx_3 = 0,$$

a étant une constante.

L'auteur démontre qu'il existe une fonction u de x_1, x_2, x_3, a telle, que l'on a

$$Y_1\,dx_1 + Y_2\,dx_2 + Y_3\,dx_3 = U\,du.$$

LES TROIS CLAIRAUT.

1. CLAIRAUT (Jean-Baptiste); professeur de mathématiques à Paris. On ignore la date, le lieu de sa naissance et de sa mort. Il a inséré dans les *Miscellanea Berolinensia :*

1° Trois problèmes : Inscrire un cube dans un octaèdre, un hexaèdre ou un cube dans un tétraèdre régulier; manière de toiser les onglets des cônes (en français) (t. III, p. 139).

2° Nouvelle espèce de tractoire. On a un fil de longueur donnée; une extrémité porte un poids placé sur un plan horizontal et qu'il ne peut quitter, l'autre extrémité décrit une ligne *donnée.* On cherche la courbe décrite par le poids sur le plan horizontal. Il décompose la tension du fil en deux forces, l'une perpendiculaire au plan et qui est détruite, et l'autre dans le plan. Dès lors la question devient géométrique (en français) (t. IV, p. 33).

3° Méthode générale de trouver des catenaires (en latin) (t. VI, p. 20).

L'équilibre du polygone funiculaire. Nous le donnons sous forme de question dans les *Nouvelles Annales.*

Manière de trouver l'équation de la courbe funiculaire lorsque chaque point est chargé d'un poids variable suivant une loi donnée (en latin).

Il a survécu à ses *dix-neuf* garçons. Après sa mort, son vingtième enfant, une fille, a obtenu du roi une pension de 1200 francs.

Soit pour les lettres, soit pour les sciences, ses enfants n'ont pas eu d'autres professeurs que lui.

2. Clairaut (Alexis-Claude), né à Paris le 13 mai 1713. A l'âge de douze ans et demi, son père le présenta à l'Académie des Sciences de Paris, où il lut un Mémoire sur quatre lieux géométriques, inséré dans le *Miscellanea Berolinensia,* à la suite du Mémoire de son père sur des problèmes de géométrie. Il parvient à ces quatre équations du quatrième degré :

$$x^4 = a^2(x^2+y^2),$$
$$x^4 + x^2y^2 = a^4,$$
$$a^2x^2 - x^2y^2 = a^4,$$
$$x^4 + a^2y^2 = a^4.$$

Il généralise ces équations, discute les courbes et mène les tangentes.

A la fin du Mémoire est une attestation donnée par Fontenelle (1er septembre 1726) que, le 13 mai de cette année, le jeune homme a présenté ce travail à l'Académie, et que MM. Nicole et Pitot, chargés du Rapport, en ont fait un grand éloge. Ainsi la précocité mathématique de Clairaut est constatée d'une manière *authentique.* On n'en peut pas dire autant de la précocité de Pascal.

L'illustre géomètre était *lié* avec la marquise du Châtelet; il a donné des chagrins *domestiques* à l'honnête Bezout; les *petits soupers* de Paris ont abrégé ses jours. *Ne dederis mulieribus vigorem tuam* (Prov., XXXI, 2). Il est mort le 17 mai 1765, âgé de cinquante-deux ans. Son père est mort peu de temps après.

3. Clairaut (...), né à Paris en 1716, frère puîné d'Alexis, a lu devant l'Académie des Sciences, en 1730, âgé de quatorze ans, une méthode de former tant de triangles qu'on voudra, de sorte que la somme des carrés des deux côtés soit double, triple du carré de la base, d'où

suivent les quadratures de quelques espèces de lunules.

En 1731, âgé de quinze ans, il a publié un *Traité des quadratures circulaires et hyperboliques,* et est mort en 1732 de la petite vérole.

Il fallait que le père possédât une excellente méthode d'enseignement.

Quelle est la vraie orthographe du nom? est-ce Clairaut ou Clairault?

LES TROIS METIUS ET LE TÉLESCOPE.

Au XVI^e siècle, les noms de famille n'étaient pas encore généralement usités en Hollande. Un fils ajoutait à son nom de baptême celui de son père. Il y eut un Hollandais nommé *Anthon;* celui-ci eut un fils nommé *Adriaan Anthonszoon* qui prit une grand part à la guerre de l'Indépendance, était inspecteur des places fortes et en bâtit plusieurs; c'est lui qui est auteur du fameux rapport $\frac{355}{113}$, ainsi que le dit son fils.

Ce fils porta le nom de *Adriaan Adriaanszoon;* mais, étant écolier, ses condisciples lui appliquèrent le sobriquet de *Metius;* ce nom lui resta toute sa vie; et il est connu sous le nom d'*Adrien Metius,* né à Alkmaar le 9 décembre 1571 et mort à Franeker le 6 septembre 1635. Il était médecin et professeur de mathématiques à l'université de Fraueker et auteur de plusieurs ouvrages d'astronomie et de géométrie; mais, chose singulière, ce même sobriquet fut appliqué à son père, auteur du rapport, et qui était aussi connu sous le même nom Adrien Metius, et appliqué égalemment à son frère Jacques Metius (mort entre 1624 et 1631), qui s'occupa beaucoup à Alkmaar de la taille du verre et eut la première idée du télescope; mais la première exécution de l'instrument est due à Hans Lippersheim, né à Wesel, mort en 1619, à Middelbourg. Il envoya dès le 2 octobre 1608 un tel instrument aux états généraux de Hollande, pour obtenir un brevet, et sur leur demande, il leur fournit en décembre 1608 un télescope binoculaire. Les lentilles n'étaient pas de verre, mais en cristal de roche.

PREMIER OUVRAGE D'ARITHMÉTIQUE IMPRIMÉ (1478).

Abbacho. *Incommincia una practica molta bona et utile a chiascheduno che vuole uxare larte della mercadantia, chiamata vulgarmente larte de labbacho.* A. Trevisio, 10 deceb. 1478.

En lettres demi-gothiques, 32 lignes par page, en tout 62 feuillets, sans pagination, sans signature, sans réclames. Les nombres sont en chiffres arabes; exemplaire *unique*, fait partie de la célèbre bibliothèque Libri, dont la vente a lieu maintenant à Londres (Catalogue, p. 53, n° 470). Aucun des bibliographes qui en font mention ne l'a vu, excepté Frédéric dans son ouvrage *Memorie Trevigiane;* il le décrit (p. 73) et l'attribue à l'imprimeur Michele Manziolo, un des plus anciens imprimeurs de Trévise. Comme l'exemplaire mentionné par Frédéric a été perdu ou égaré, les bibliographes subséquents ont douté de son existence et plusieurs ont regardé cette annonce comme une mystification. Car, malgré les recherches les plus soignées de Brunet et d'autres bibliophiles, on n'a pu découvrir aucun exemplaire, ni dans la Bibliothèque Impériale, ni au Musée Britannique, ni dans aucune autre bibliothèque publique ou particulière.

Les conservateurs de la Bibliothèque Impériale devraient, pour acquérir un si précieux monument typographique, mettre autant de zèle qu'ils en déploieraient s'il s'agissait d'un pont-neuf du moyen âge ou d'une mazarinade du temps de la frivole et ridicule Fronde. On fait souvent des dépenses excessives pour des productions qui ne profitent pas à l'esprit humain pour la valeur d'un centime.

LA PLUS GRANDE PYRAMIDE DE GIZEH;

D'APRÈS M. A.-S. HERSCHEL (*).

On a l'équation

$$\cos 38^\circ 10' 46'' = \operatorname{tang} 38^\circ 10' 46'' = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} = 0,7863,$$

$$\frac{1}{4}\pi = 0,7854.$$

Ainsi la tangente et le cosinus de $38^\circ 10' 46''$ diffèrent très-peu de $\frac{1}{4}\pi$; de là un moyen simple de trouver par un facile tâtonnement une droite à peu près égale au quadrant d'un cercle.

Soit un cercle de centre O; menons le diamètre AOB; en B menons une tangente, et par A une droite AMN, M est sur la circonférence et N sur la tangente, telle que AM égale BN : ce qu'on obtient par peu d'essais; alors

(*) *Quarterly Journal*, octobre 1860, p. 160.

AM est égal au quadrant du cercle à un millième du rayon près.

Les pyramides, près de Gizeh, à base carrée, sont des pyramides régulières. Hérodote rapporte que dans la plus haute, celle de Chéops (145 mètres), l'aire d'une face est égale au carré de la hauteur. Un calcul facile fait voir que chaque face fait avec la hauteur un angle de $38^\circ\,10'\,46''$, car cet angle étant représenté par m, on a comme conséquence de l'énoncé d'Hérodote

$$\cos m = \operatorname{tang} m.$$

De là on conclut encore que le périmètre de la base divisé par la hauteur est égal à très-peu près à 2π. Cela semble confirmer l'opinion singulière émise récemment que cette pyramide a été élevée pour transmettre à la postérité le rapport de la circonférence au rayon :

The great Pyramid, and why it was built, by John Taylor.

Chéops était antérieur à Abraham (— 2366); les Égyptiens connaissaient donc déjà 2π avec assez d'exactitude, du moins empiriquement; ce qui n'est pas impossible. Archimède (— 281), dans sa jeunesse ayant fréquenté Euclide à Alexandrie, a pu avoir connaissance de cette donnée empirique, à laquelle il a donné une base théorique fondée sur les propriétés des polygones réguliers qu'on enseignait dans l'école d'Euclide.

Voici le passage d'Hérodote.

Τῇ δε πυραμίδί αὐτῇ χρόνον γενεσθαί
Εικοσι ἔτεα ποὶεομένῃ, τῆς ἐστι πανταχῆ
Μέτωπος ἕκαστον οκτω πλέθρα, ἐούσης
Τετραγώνου, και ὐψος ἴσον.

(HÉRODOTE, Βιβλος. B., ch. 124.)

La pyramide même coûta vingt années de travail : elle est carrée ; chacune de ses faces a huit plèthres de largeur sur autant de hauteur. (LARCHER, t. II, ch. 124, p. 103, édit. de 1786.)

Le plèthre est une mesure linéaire, sixième partie du stade, longueur de 100 pieds ($32^m;48$) ; c'est aussi une mesure agraire de 10000 pieds carrés, un carré de 100 pieds de côté ; ainsi il mesurait 9 ares. Le texte d'Hérodote est obscur et la traduction française inintelligible ; je ne sais comment on a déduit l'interprétation anglaise.

NOTE SUR L'ENSEIGNEMENT ACTUEL DE LA MÉCANIQUE.

Voltaire prétend que souvent lorsque deux métaphysiciens s'entretiennent ensemble, l'un ne sait ce qu'il dit, l'autre ne sait pas ce qu'on lui dit. Telle est à peu près aujourd'hui la position analogue des professeurs et des élèves en ce qui concerne la science des forces. Cela m'a été confirmé par un juge très-compétent, haut placé, pour bien connaître la vie mathématique universitaire.

Toutefois les talents pédagogiques des professeurs, l'intelligence des élèves sont incontestables. D'où vient cette décadence scolaire ? Elle provient de ce qu'on a versé des ténèbres métaphysiques sur une branche très-claire de nos connaissances et uniquement dans un intérêt matériel. En effet, la tendance générale du siècle est de devenir très-riche, et en peu de temps. La vie est si courte, qu'on ne saurait trop vite s'en procurer les jouissances. Or la partie des mathématiques dont les résultats se soldent en argent sont les machines ; donc la théorie des machines doit être le but essentiel de la science. Autre-fois on étudiait les machines en vue de la mécanique; maintenant on étudie la mécanique en vue des machines. On a fait entrer le tout dans la partie, et d'entrée, on parle aux élèves de *forces vives*, de *quantité de travail*, conceptions passablement nuageuses pour des commençants; nuages qui s'épaississent même en avançant. Dans la statique on ne rencontre pas ces nuages-là : aussi a-t-on supprimé la statique. De mon temps, on enseignait la *Statique* de Monge, qui est d'une telle simplicité, qu'on peut presque s'en servir dans un pensionnat de jeunes personnes; moins facile, et infiniment plus substantielle est la *Statique* de Poinsot, chef-d'œuvre de clarté et de profondeur; préludant même à la cinématique du *char céleste*, belle expression talmudique pour désigner les mouvements engrenés de la grande unité, du tout cosmique. On nous fait espérer qu'on doit y revenir; ce serait une victoire remportée sur le génie des ténèbres. Telle est aussi la *Mécanique*, production posthume de Sturm, confiée aux habiles mains de M. Prouhet. Le premier volume vient de paraître; puisse le second bientôt suivre, enrichi de considérations sur les mouvements relatifs devenus si importants et en outre les représentations dynamiques de Poinsot, sujet d'un beau travail analytique que vient de publier le savant professeur Chelini (D.), dont nous recommandons l'étude aux élèves studieux : *Determinazione analitica della rotazione de' corpi liberi secondo i concetti del signor Poinsot*, in-4°, 30 lignes, 1860, 40 p. L'analyse est plus simplement exposée et plus complète que dans le célèbre Mémoire de Poinsot.

Bien entendu, ce qui précède n'est relatif qu'à la méthode d'enseignement, car le perfectionnement des machines contribue singulièrement à l'amélioration du bien-être général. Selon l'observation de l'illustre Poncelet, le premier *mécanologue* du siècle, les machines, en suppléant aux forces physiques de l'homme, ont eu une part considérable dans l'abolition de l'esclavage. Il semble qu'on devrait diviser la science en trois parties distinctes :

1° La *Statique*, fondée uniquement sur la notion de l'égalité de deux forces, sans s'enquérir ni de MV, ni de MV^2 ;

2° La *Dynamique*, où l'on s'enquiert principalement de MV et subsidiairement de MV^2.

3° La *Mécanologie*, science des machines, où l'on s'enquiert principalement de MV^2 et subsidiairement de MV. Au moyen de ces distinctions, on éviterait toute confusion et le jour rentrerait dans la science.

Dans le système *actuel*, on ne saurait trop vivement recommander l'admirable *Mécanique rationnelle* de M. Delaunay (*).

BIBLIOGRAPHIE.

Les trois livres de Porismes d'Euclide, rétablis pour la première fois, d'après la Notice et les Lemmes de Pappus, et conformément au sentiment de R. Simson sur la forme des énoncés de ces propositions; par M. *Chasles*, membre de l'Institut (Académie des Sciences). In-8, avec figures dans le texte; 1860. (Mallet-Bachelier, libraire.)

La découverte des livres perdus de Tite-Live ferait une grande sensation dans le monde lettré. En effet, une lacune dans l'histoire remplie par un grand maître de l'art

(*) Les Traités, très-dignes d'attention, de MM. Freycinet et Résal sont trop empreints de métaphysique, trop *tendus*.

est une précieuse acquisition. Toutefois, l'histoire politique n'enregistre malheureusement, le plus souvent, que des aberrations, des injustices, des violences de tout genre, et surtout des entre-égorgements sur une grande échelle. Telle n'est pas l'histoire intellectuelle de l'homme, étrangère à toutes ces énormités, et particulièrement cette partie de nos connaissances que les Grecs ont désignée sous la dénomination de science par excellence, Μαθέσις. Et dans cette Μαθέσις, les Anciens plaçaient au premier rang la Géométrie. Telle est aussi l'opinion de l'Ecriture sainte : Dieu a tout fait avec poids et mesure; et remarquons que si, dans les temps modernes, les sciences physiques ont fait des progrès si considérables, c'est qu'on a suivi, *salva venia,* la voie divine. On a pesé, on a mesuré. Le célèbre Liebig (*), dans ses délicieuses Lettres sur la Chimie, dit que la balance a tué le système d'Aristote, la balance entre les mains d'un Lavoisier.

Dans un autre endroit de l'Écriture, on rencontre cette pensée sublime (Prov. VIII, 27) : En formant les mondes, Dieu a posé le compas (*Chougue*) sur la face de *Tohome,* mot hébreu qu'on traduit par *abyme,* mais qui désigne l'espace indéfini, vide de toute matière, même de lumière. C'est sur ce Tohome qu'au premier jour de l'univers plana l'Esprit divin, et y fit pénétrer la clarté par cette injonction célèbre : *Fiat lux,* qu'il fasse clair, et non *que la lumière soit.* Car les Anciens ne connaissaient pas la lumière ni dans le sens cartésien, ni dans le sens newtonien.

Platon à cette question : Τι ποιει Θέος, Que fait Dieu? répond Γεωμέτρει, il *géométrise.*

C'est la pensée biblique en d'autres termes. Une lacune dans l'histoire intellectuelle est bien plus regrettable

(*) Liebig (le baron Justus de), né à Darmstadt le 13 mai 1803.

que dans l'histoire politique; il en existait une qui vient d'être remplie par un Français dont notre patrie a droit d'être fière.

Au commencement du IV^e siècle avant la Rédemption, Euclide a réuni systématiquement toutes les propositions nécessaires pour démontrer les propriétés des polyèdres réguliers dont il est si souvent question dans l'école de Platon dont Euclide était disciple; et il a écarté soigneusement tout ce qui était étranger à ce but (*).

Après vingt-trois siècles d'existence, ce chef-d'œuvre a conservé toute sa fraîcheur, est encore jeune, et plus jeune même que certaines productions nées d'hier. On savait en outre qu'Euclide avait composé, sous le titre de *Porismes*, un ouvrage où il ne se montre plus simple ordonnateur, mais investigateur et créateur d'une méthode exégétique. Cet ouvrage a disparu; mais il existait encore à la fin du IV^e siècle de notre ère, et un éminent géomètre, Pappus, nous a transmis, sur son contenu et sa grande utilité dans toutes les parties des mathématiques, des renseignements précieux qui en faisaient regretter vivement la perte. Déjà le titre même de Porismes avait subi des modifications, Pappus en donne deux définitions entachées d'obscurité que les plus grands géomètres ont vainement cherché à dissiper. Il suffit de nommer Fermat. Enfin l'Anglais Simson fit pénétrer quelques lueurs dans ces ténèbres, et il fut réservé à M. Chasles de convertir ces lueurs en flambeaux. En outre, Pappus a laissé une sorte de résumé énigmatique des 171 propositions des trois livres des Porismes, et a donné des lemmes destinés à la démonstration de ces propositions. M. Chasles a eu le bonheur de compléter

(*) C'est l'opinion d'un ami de Descartes, premier traducteur français d'Euclide.

Pappus et de nous donner *in extenso* les trois livres avec les démonstrations fondées sur les lemmes du géomètre grec. L'exposition de ce travail a déjà été faite avec un talent à la hauteur du sujet (*Bulletin*, p. 1) ; aussi nous n'avons garde d'y revenir, mais nous croyons nécessaire de mentionner l'admiration qui a éclaté chez tous les géomètres de tous les pays du globe, et qui s'exprime souvent en style presque lyrique. Nous donnerons pour spécimen une lettre qu'un savant anglais a adressée à l'éditeur (M. Mallet-Bachelier), et l'on sait que cette nation ne s'enthousiasme pas facilement à l'endroit des Français :

« Few things afford me more instruction and pleasure » than the perusal of any work from the pen of its il- » lustrious and gifted author, who has, by this new effort » of unwearied and patient industry, not only exumed » from beneath the overlying dust of ages a beautiful » monument of ancient genius and presented it for the » admiration of modern times, arrayed in all the charm » of his own brilliant and fresh conception and of his » peculiary lucid and attractive language, but has com- » pleted by its accomplishment an imperishable record » that will couple to the end of time the names of *the* » *two*, who in the whole history of human enquiry have » done most for the science of pure geometry, — of him » who in ancient times *transmitted his name* to the » science as it *then was*, — and of him, who, in modern » times, has *made* the science, what it *now is*. »

Ainsi s'exprime M. Townsend, savant professeur de l'université de Dublin.

Passons sur le continent.

Trois chaires de géométrie supérieure ont été créées dans l'Italie régénérée. M. Cremona, bien connu de nos lecteurs et titulaire de la chaire de Bologne, dans son discours d'inauguration (*), après avoir tracé un résumé historique depuis les premiers linéaments de la *géométrie moderne* jusqu'à sa vigoureuse constitution actuelle, et établi qu'elle renferme une méthode *exégétique*, ce qui la distingue essentiellement de la géométrie descriptive, et avoir donné plusieurs applications, dit :

Finalmente, quelle stesse teorie danno la chiave per isciogliere il famoso enimma de' Porismi d'Euclide, che per tanti secoli ha eccitato invano la curiosità de' geometri: enimma che ora ha cessato di esser tale, mercè la stupenda *divinazione fattane de Michele Chasles.*

Craignant de fatiguer le lecteur, nous supprimons d'autres citations du même genre.

Il semble que le Conseil impérial d'Instruction publique devrait ordonner de placer cet ouvrage dans toutes les bibliothèques des établissements universitaires, non pas que ce soit nécessaire pour le débit de l'ouvrage, mais dans l'intérêt des études et d'une gloire française; cela est même d'étroite obligation pour la tétrade polytechnique qui représente dans ce Conseil les mathématiques. Nous croyons devoir avertir les professeurs que ce n'est pas ici un livre de pure érudition, mais un excellent livre d'exercices dans la Géométrie des Anciens, gymnastique tant recommandée par Newton. Aussi les Porismes doivent se trouver entre les mains de tout professeur enseignant la géométrie pure. Alcibiade souffleta un instituteur qui n'avait pas d'Homère dans son école; Euclide est l'Homère des géomètres.

Nous formons deux vœux :

Puisse notre école d'Athènes nous donner en grec litté-

(*) *Prolusione ad un corso di geometria superiore, etc.*, dal Dottor Luigi Cremona. Nov. 1860. In-8 de 25 pages; Milano, 1861.

ral des Porismes-Chasles, traduction d'ailleurs très-facile;

Puisse la riche Angleterre, à laquelle nous devons déjà une magnifique édition d'Archimède, nous donner enfin le texte grec des Collections de Pappus.

Comme d'ordinaire, cette production des presses Mallet-Bachelier ne laisse rien à désirer; la collation facile du texte avec les figures intercalées diminuant la contention d'esprit, excite à l'étude. Cette perfection typographique ne surprendra pas ceux qui ont entre les mains le premier volume de la *Théorie du Mouvement de la Lune*, par M. Delaunay, membre de l'Institut. Chef-d'œuvre d'écriture algébrique, les calculs sont présentés avec tant de discernement, les lettres si bien alignées et nivelées, les divers symboles si expressifs, la justification si agréable à l'œil, qu'on est tenté de croire que M. le directeur Bailleul (*), par une seconde vue, a l'intelligence des formules gigantesques qu'il peint sur le papier. Peindre est ici le mot propre. Monument typographique sans précédent, il brillera dans les prochaines Expositions, française et anglaise. L'Éditeur et son puissant auxiliaire peuvent espérer de voir couronner tant de persévérance, tant de pénibles labeurs, d'honorables distinctions. C'est aux mêmes presses qu'on devrait confier la publication des *Œuvres de Fermat*, ordonnée par une loi. L'exécution de cette loi serait digne de l'auguste Souverain qui encourage si généreusement toute culture intellectuelle, esthétique, industrielle; qui a élevé si haut le nom et le drapeau de la France. O. TERQUEM.

(*) Né à Paris, le 9 septembre 1797. Nommé Chevalier de la Légion d'honneur à l'Exposition universelle de 1855 (Décret impérial du 14 novembre 1855).

LE TALMUD ET KEPLER.

Nous *voyons* le soleil et les étoiles se lever et se coucher, tandis que la terre ne bouge pas; cette impression a naturellement donné le premier système du monde, et qui a été admis par toute l'antiquité. Ptolémée (+ 175) a donné une forme scientifique à ce système qui consiste à rendre la terre *fixe* au centre du monde et à faire tourner autour d'elle tous les corps célestes. En 1443, l'illustre Polonais Copernic (Nicolas) a renversé ce système et a établi, avec une extrême probabilité, l'*hypothèse* que le soleil est *fixe* au centre du monde et que les planètes, la terre comprise, se meuvent autour. En 1851, un jeune Français nommé Foucault (*) a changé l'*hypothèse* en *certitude* complète à l'aide d'une admirable expérience sur le pendule, et à l'aide d'un instrument (gyroscope) peut-être plus admirable encore, le célèbre physicien parvient, non à *démontrer*, mais à *montrer* le mouvement de notre globe. De sorte que ce mouvement est devenu une vérité hors de toute atteinte. La fixité de notre globe est la croyance *spontanée primitive*. La mobilité est la croyance *réfléchie*, deux genres de croyances rarement identiques. Toutefois, plusieurs passages de la Bible annoncent le mouvement du soleil et la fixité de la terre. Voici les versets :

« Que le soleil s'arrête dans Gabaon et la lune dans » la vallée Ajalon. Le soleil s'arrêta et la lune resta » fixe. » (Josué, x, 12, 13.)

(*) Jean-Bernard-Léon Foucault, né à Paris, fils d'un libraire, le 8 septembre 1819.

« Une génération s'en va, une génération arrive, et la
» terre *reste* toujours. » (Eccl., I, 4.)

« Il (le soleil) sort comme le fiancé dessous le dais
» nuptial, joyeux comme l'athlète s'élançant dans la car-
» rière; il part de l'extrémité des cieux et retourne aux
» extrémités. » (Ps., XIX, 4, 5.)

« Il a fondé la terre sur ses bases pour qu'elle ne s'é-
» branle à tout jamais. » (Ps., CIV, 5.) (*)

Il est de toute évidence que dans ces divers passages on admet la mobilité du soleil et la fixité de la terre. Mais ces passages étant *inspirés,* soutenir le contraire avait l'apparence d'une hérésie; aussi Galilée ayant professé *publiquement* le système de Copernic, reçut, le 1er mars 1616, un premier avertissement d'avoir à cesser une telle doctrine. N'ayant pas tenu compte de cet avertissement, il fut forcé de comparaître à Rome devant une Commission formée de onze cardinaux, et, le 22 juin 1633, il fut condamné à *abjurer* la mobilité de la terre. Cette fâcheuse décision n'aurait pas été prise, si la Commission avait connu et appliqué cette sage maxime posée par le *Talmud* et dont il fait un si fréquent usage :

« Les paroles de la Thora se conforment au langage du
» commun des hommes. »

Et notez des Hébreux, tels ignorants qu'ils étaient il y a trente-trois siècles.

Kepler, sans avoir jamais lu le *Talmud*, emploie la même maxime, et, chose singulière, presque dans les mêmes termes, pour repousser l'accusation d'hérésie que des théologiens portaient contre l'opinion copernicienne. Voici ce qu'on lit dans l'introduction de son *Astronomia*

(*) Kepler fait voir que ce magnifique psaume est modelé sur l'Hexameron de la Genèse; les versets 2, 3, 6, 20, 26, 28 correspondent aux six formations successives du premier chapitre de Bere-chit.

nova (1609), ouvrage immortel où il a consigné ces lois qui ont servi à Newton à créer la mécanique céleste, ou dans le style des docteurs du *Talmud*, la *construction du char*, comparant le monde à un système de rouages, dont les pièces solidaires les unes des autres, forcent les roues à marcher ensemble ; idée pittoresque et très-juste. Voici maintenant le texte de Kepler : *Jam vero et sacræ litteræ, de rebus vulgaribus (in quibus illorum institutum non est homines instruere) loquuntur cum hominibus humano more, ut ab hominibus percipiantur; utantur iis quæ sunt apud homines in confesso, ad insinuandum alia sublimiora et divina.*

« L'Écriture sainte, quant aux choses vulgaires, n'a pas pour but de les enseigner aux hommes ; elle parle aux hommes comme il est d'usage chez eux, afin que ces hommes puissent comprendre. Elle emploie des termes vulgairement connus chez eux, afin de leur inculquer par là des vérités plus élevées et de nature divine. »

Il est malheureux qu'en 1633 les cardinaux, juges de Galilée, n'aient pas eu égard à ce que Kepler disait en 1609. En effet, Dieu ayant créé l'homme à son image, c'est-à-dire en ayant fait un être intelligent, a voulu qu'il se servît de cette intelligence pour découvrir de lui-même les sciences; le but de la Bible ne saurait donc être d'enseigner aucune science, son but unique est de nous apprendre nos devoirs envers les hommes et envers Dieu ; ce qu'il faut faire pour plaire au Créateur, et ce qu'il faut éviter pour ne pas lui déplaire : voilà ce qu'on doit chercher dans l'Écriture sainte et pas autre chose. Les essais que l'on fait, avec de bonnes intentions sans doute, pour appuyer les sciences sur la Bible et la Bible sur les sciences, sont des essais malencontreux, qui font du tort à l'une et à l'autre; il suffit de lire les tentatives que l'on a faites pour concilier le I^{er} chapitre de la Genèse avec les sciences naturelles. En dénaturant le but de la Bible, on ne rencontre que des difficultés insurmontables. La Bible doit perfectionner l'homme moral et la science l'homme intellectuel; à chacune sa part (*).

Revenons à Kepler qui termine ainsi :

« Voici ce que j'ai à dire relativement à l'autorité de l'Écriture sainte; quant aux opinions des *Saints*, je répondrai par un seul mot : en théologie, il faut peser les *autorités*, mais en philosophie il faut peser les *raisons*. Saint Lactance nie la rondeur de la terre, saint Augustin admet la rondeur et nie les antipodes; le Saint-Office accorde la petitesse de la terre et nie son mouvement. Mais pour moi la terre est ronde, il y a des antipodes, la terre est d'une extrême petitesse et se meut dans l'espace, car, en philosophie, la sainte vérité doit être l'autorité prépondérante. »

Le célèbre Borelli, qui le premier a trouvé la loi du choc des corps durs (*De vi percussionis*, Bononiæ, 1667), l'auteur du célèbre ouvrage sur le mouvement des animaux (*De motu animalium*, 2 vol. Romæ, 1681), et qui est mort (1679, 30 déc.) dans la dernière misère dans un couvent de Rome, en enseignant l'astronomie, était obligé de dire : « *Ita sancta docet Ecclesia, ita credendum.* »

M. Lieber, libraire, vient de faire tirer un portrait authentique de l'immortel astronome wurtembergeois; sur cette belle page, le grand artiste de là-haut a mis en relief une haute intelligence, une extrême bonté et les traits d'une naissance distinguée. Au premier aspect, on devine un homme d'élite, brillant par la pensée, par la fermeté du caractère, par la persévérance, dons du génie créateur. Toutefois Kepler a passé une partie de sa vie à tendre la main à ses augustes protecteurs pour obtenir du pain,

(*) Les données numeriques de la Bible ne s'accordent presque jamais entre elles.

dont sa famille manquait souvent; il est mort, luttant contre une extrême pénurie.

Albert Girard a succombé sous les dures étreintes d'une profonde misère.

Borelli expire dans un obscur hôpital de Rome.

A l'âge de 70 ans, Galilée est stigmatisé, non par les tortures, mais par les angoisses et les terreurs effrayantes de l'inquisition, fille de l'enfer.

Leibniz, recherché de tous les souverains de l'Europe, mourant disgracié, est enterré nuitamment, n'ayant pour tout cortége qu'un obscur juif, son fidèle disciple (t. XII, p. 418).

De nos jours, l'inventeur de l'hélice maritime, qui a brisé le sceptre de Neptune entre les mains de l'Anglais, s'est éteint dans une maison de santé d'un faubourg de Paris. Où est sa statue? Celle de Madame Dubarry brille parmi les gloires de la France à Versailles.

Parmi les hauts enseignements que nous devons à l'Écriture sainte, un des plus instructifs est à mon sens celui-ci : « Dieu se repentit d'avoir fait l'homme (Genèse, VI, 6). »

JOACHIMSTHAL.

Dans le *Journal de Crelle-Borchardt* qui vient de paraître (t. LIX, cah. 2, p. 111), on lit un Mémoire de vingt-cinq pages sur cette question épineuse : Déterminer le nombre des normales *réelles* qu'on peut abaisser d'un point donné sur un ellipsoïde. Une puissante et lucide analyse fait disparaître ces épines. C'est le chant du cygne. Il n'a pas été donné au célèbre géomètre de voir la publication de son Mémoire : déjà il avait terminé sa carrière terrestre.

Joachimsthal (Ferdinand), né à Goldberg (Silésie) le 9 mars 1818, est mort, professeur à l'université de Breslau, le 5 avril 1861, âgé de quarante-trois ans. Les professeurs connaissent les beaux théorèmes sur les normales à l'ellipse dont il a enrichi les *Nouvelles Annales*. Il a inséré dans la collection Crelle onze Mémoires sur les sujets les plus variés. Sa tendance principale le portait vers les applications géométriques. Non content d'établir d'élégants et nouveaux théorèmes, il s'efforçait de ramener tout aux principes fondamentaux. Il procédait de la même manière dans ses lecons publiques, ce qui l'avait mis au premier rang dans l'enseignement des universités allemandes. Sa mort prématurée occasionne une double perte sous le rapport de la propagation de la science et de ses progrès.

BIBLIOGRAPHIE.

Tables portatives de Logarithmes, contenant les logarithmes des nombres depuis 1 jusqu'à 108000, etc.; par *François Callet*. Entièrement revues et corrigées par M. *Saigey*, édition stéréotype de Firmin Didot. In-8°, Paris, 1861 (*).

Dans des communications directes que j'ai eues en 1857 et 1858 avec MM. Ambroise et Hyacinthe Didot, sous les auspices de M. Biot, j'ai fait connaître à ces messieurs

(*) Ces Tables, chose singulière, n'ont pas de table des matières et ne contiennent aucun renseignement arithmologique. Tm.

558 fautes qui entachaient les Tables de Callet, et j'ai porté les corrections sur des feuilles d'épreuve qu'ils m'avaient remises à cet effet. Je leur annonçais, en même temps, que M. J. Hoüel, docteur ès sciences, qui avait collationné avec moi la dernière partie de la Table des logarithmes des nombres à 7 décimales sur le manuscrit des grandes Tables du Cadastre (*), s'occupait de vérifier les logarithmes des lignes trigonométriques du cinquième degré, très-inexactement calculés de seconde en seconde par Callet (**). J'engageais enfin MM. Didot, lorsqu'ils auraient donné aux Tables la correction matérielle qui leur manquait, à remplacer par une Introduction nouvelle le *Précis élémentaire sur l'explication des logarithmes et sur leur application, etc.*

Ces conseils ont porté, au moins en partie, leurs fruits. Les erreurs que j'avais signalées ont été corrigées, et M. Saigey a été chargé d'opérer une révision générale de l'ouvrage de Callet. Voici en quels termes, dans la Préface du tirage de 1861 sur laquelle MM. Firmin Didot frères, fils et C[e] appellent l'attention publique, l'éditeur annonce la mission qui lui a été confiée, et la manière dont il l'a comprise et exécutée (***) :

« MM. Didot m'ayant chargé de surveiller les cor- » rections indiquées par ces deux derniers géomètres » (MM. Bremiker et Lefort), je pensai qu'il ne fallait » pas s'en tenir là, mais réaliser enfin le vœu de leur » père, en s'adressant, non plus à des collections d'hom- » mes, qui ne font jamais rien de bon ni de complet, mais

(*) Voir *Nouvelles Annales de Mathematiques*, t. XVII, 1858; bibliographie, p. 41 et suivantes.

(**) *Ib.*, p. 18 et 19.

(***) Cette Préface, tirée à part et accompagnée d'une lettre d'envoi, paraît avoir été distribuée à un assez grand nombre d'exemplaires.

» à un seul calculateur, qui fît la chose pour elle-même, » et non pour favoriser quelque entreprise rivale, ou dans » un esprit de simple dénigrement.

» Ce travail, purement laborieux et sans mérite, je l'ai » exécuté en 1859 et 1860. J'ai préféré, généralement, » suivre les méthodes synthétiques des premiers calcula- » teurs; car j'attribue les nombreuses erreurs de Callet » à l'usage qu'il a fait des formules expéditives, mises en » vogue par les auteurs des grandes Tables du Cadastre, » surtout à cette méthode des différences et interpolations, » qui laisse toujours de l'incertitude sur les résultats, et » dans des cas particuliers ne peut assurer la dernière dé- » cimale d'un logarithme. »

L'incorrection grammaticale du premier paragraphe, qui tient sans doute à quelques fautes d'impression (*), permet difficilement d'assigner un sens précis à la longue phrase qui le compose. Toutefois, elle veut dire, ce me semble, que M. Saigey, par ses efforts individuels, a produit un travail bon et complet; qu'il n'a pas fait connaître les erreurs de Callet pour favoriser une entreprise rivale, comme M. Bremiker, ou dans un esprit de simple dénigrement, comme M. Lefort. Je doute que le Dr Bremiker éprouve plus que moi le besoin de répondre à de semblables imputations, mais il partagera certainement ma surprise, s'il vient à lire un remercîment stéréotypé en pareils termes, à l'occasion de corrections dont nous avons fait, l'un et l'autre, la majeure partie des frais (**).

(*) La supposition est légitime, car il existe une faute d'impression très-réelle, page 6, ligne 33, et elle s'applique précisément à la correction d'une faute d'impression :

Au lieu de.............	log 52943	(5 lisez 6)
Il faut.................	log 52943	(6 lisez 5)

(**) Fautes reconnues par le travail de M. Bremiker........... 1378
» » M. Lefort............... 558
Ensemble....... 1936

Je ne puis être d'aussi facile composition sur la rédaction du second paragraphe. Les jeunes gens auxquels la nouvelle édition des Tables est principalement destinée, doivent être mis en garde contre les appréciations erronées qu'elle renferme. Il est bon qu'ils sachent que Prony et Legendre sont les principaux auteurs des grandes Tables du Cadastre; que tous deux étaient de très-habiles calculateurs; que le second était de plus un profond géomètre; qu'ils n'ont *mis en vogue* aucune formule expéditive capable d'induire en erreur; que la méthode des différences qu'ils ont employée ne laisse jamais d'incertitude sur les résultats, quand on sait s'en servir; que cette méthode est la seule à suivre pour le calcul de Tables un peu étendues; que les nombreuses erreurs commises par Callet (*) tiennent à ce qu'il était un très-médiocre géomètre, et qu'il a fait un mauvais usage d'une méthode défectueuse, assez peu clairement exposée par lui aux pages 64, 65, 66 et 67 de son *Précis élémentaire*.

C'est une rude besogne que la révision d'une collection de Tables comme celles de Callet : il y a là autre chose qu'une simple correction d'épreuves. Je ne prends donc pas au mot M. Saigey, lorsqu'il appelle son œuvre, l'exécution d'un travail purement laborieux et sans mérite : je suis même tout disposé à croire que ses corrections ne laissent rien à désirer, partout où il a jugé convenable d'en faire; mais je ne puis comprendre sa prétention à une révision complète, alors qu'il signale lui-même des lacunes qui ne sont pas sans importance.

Si les quantités $\frac{\log \sin ax}{x}$, $\frac{\log \operatorname{tang} ax}{x}$, désignées par Callet sous les lettres S et T en tête des pages des logarithmes

(*) Callet (François), né à Versailles le 25 octobre 1744, mort à Paris le 14 novembre 1798. TM des nombres, ont été corrigées, les quantités V, qui expriment les variations pour 10″ de S et de T et qui n'étaient pas moins incorrectes qu'elles, ont été conservées. Ayant reculé devant un travail de remaniement aussi étendu, M. Saigey conseille aux calculateurs de ne pas tenir compte de ces variations. N'eût-il pas mieux valu les faire complétement disparaître?

Une des Tables de Callet contient les sinus naturels et leurs logarithmes à 15 figures, ou, pour parler plus exactement, donne les sinus naturels avec 15 décimales et les logarithmes avec 14 décimales. M. Saigey avertit que les sinus et les logarithmes ont été extraits de 9 en 9 de la *Trigonometria Britannica;* il ne dit pas de quelle manière Callet s'est procuré les nombres intermédiaires. Il annonce avoir conféré la Table de Callet avec celle de Briggs; qu'on (*) a pu corriger les sinus naturels de Callet d'après les grandes Tables du Cadastre; que les logarithmes de Briggs sont erronés de 1 à 4 unités sur la dernière décimale; que cette dernière décimale n'a pas été corrigée dans la Table de Callet. Mais il ne fait en aucune façon connaître le degré d'exactitude de la Table pour les logarithmes interpolés. On peut en conclure que tous ces logarithmes sont au moins aussi inexacts que les logarithmes de départ. Pourquoi inscrire des décimales incorrectes? Il eût été préférable sans doute d'opérer une collation complète sur les grandes Tables du Cadastre (**), et de se borner à inscrire les 12 décimales exactes que ces Tables peuvent assurer. Ce parti eût été d'autant plus sage que le degré de précision des logarithmes de la *Tri-*

(*) Qui *on?*

(**) On sait qu'un des exemplaires manuscrits des grandes Tables du Cadastre est déposé à la bibliothèque de l'Observatoire, et que j'ai obtenu le don du second exemplaire en faveur de la bibliothèque de l'Institut.

gonometria Britannica n'est pas tel que l'annonce M. Saigey, sur l'autorité de Delambre qu'il ne cite pas. Après avoir vérifié la totalité des points communs aux Tables de Briggs et aux Tables du Cadastre, j'ai reconnu que les logarithmes de Briggs étaient souvent en erreur de 6 à 10 unités du dernier ordre, et que l'erreur s'élevait jusqu'à 17 unités. Je citerai en particulier le log $0^q,186$, dont la valeur est très-fidèlement reproduite par Callet d'après Briggs. Les Tables de Callet n'assurent donc pas plus la 13^e décimale que la 14^e. J'ajouterai que la *Trigonometria Britannica* de Briggs est un ouvrage d'une correction très-rare, et que la faute signalée par M. Saigey, et depuis longtemps connue, ne suffit pas pour en infirmer la valeur.

C'est uniquement aux yeux des esprits superficiels que peuvent paraître futiles les minutieuses précautions prises par les éditeurs des Tables les plus recommandables, pour obtenir, à une demi-unité du dernier ordre près, la valeur des nombres qu'ils ont inscrits. Un calculateur intelligent doit toujours savoir le degré d'approximation qu'il recherche, et le degré d'approximation qu'il peut obtenir. Il ne peut parvenir à ce dernier résultat que par l'usage de Tables construites elles-mêmes suivant un ordre d'approximation nettement défini et scrupuleusement suivi. Des Tables exactes à 6 décimales, par exemple, offrent toutes sortes d'avantages sur des Tables à 7 décimales, dont la dernière figure serait incorrecte.

Dans le tirage de 1861, l'*Avertissement* de Callet et le *Précis élémentaire* sont restés ce qu'ils étaient en 1795, c'est-à-dire entachés d'une fausse érudition (*), et absolument impropres à autre chose qu'à enseigner l'usage

(*) Par exemple, on apprend dans l'avertissement de Callet que les logarithmes des sinus de seconde en seconde pour les quatre premiers de-matériel des Tables. En voyant le respect scrupuleux de MM. Didot et C[e] pour les indigestes élucubrations de Callet, quelques personnes pourront regretter qu'ils n'aient pas montré le même sentiment de réserve à l'égard de la Géométrie de Legendre. Serait-ce parce que les *Éléments de Géométrie* n'ont pas été clichés ?

Ces critiques me paraissent établir surabondamment que la révision de l'ouvrage de Callet n'a pas été complète. On pourrait même penser que toutes les précautions n'ont pas été prises pour assurer la parfaite exactitude d'une révision partielle. M. Saigey relève en effet, à la charge de M. Bremiker, 4 fautes dans la 40[e] édition des Tables de Véga, qui lui a servi pour corriger Callet. Pourquoi M. Saigey n'a-t-il pas fait usage de la 43[e] édition des mêmes Tables, publiée en 1859 ? Il n'y aurait trouvé aucune des quatre fautes qu'il signale, car elles ont disparu dans les tirages faits depuis 1857. M. Saigey ne dit pas un mot du recueil de Schrön (Braunschweig, 1860) ; il méritait cependant une mention, et une mention honorable.

Je ne m'attacherai pas à discuter les procédés de calcul qui sont vantés dans la Préface au détriment de la méthode des différences, mais je ne puis laisser attribuer à Gardiner un mérite qui appartient tout entier à Vlacq. Gardiner, cet habile calculateur, comme l'appelle M. Saigey, n'a pas donné le premier les logarithmes trigonométriques de 10″ en 10″ ; il ne les a pas calculés ; il les a pris dans la *Trigonometria Artificialis* (*). C'est là qu'il

---

grés ont été calculés par le *citoyen* Mouton ; que le C. Lalande a fait connaître le manuscrit au P. Pezenas, etc. On se douterait difficilement après cette lecture que le *citoyen* Mouton, né en 1618 et mort en 1694, était un chanoine de la collégiale de Saint-Paul de Lyon, et un contemporain du *citoyen* Newton.

(*) *Trigonometria Artificialis*... ab Adriano Vlacco.... Goudæ, 1633. In-fol.

a trouvé log cos $24°55'30'' = 9.95754\ 03500$, dont il a fait 9.9575404. Il est d'ailleurs assez curieux de remarquer que le nombre de Vlacq est correctement écrit avec 10 décimales et que le nombre de Gardiner est incorrectement écrit avec 7, comme l'a prouvé le calcul du Dr Bremiker.

Gardiner, pas plus que Callet et tant d'autres, n'a calculé à nouveau les Tables de Logarithmes, il s'est borné à être l'éditeur intelligent des Tables déjà construites, et à en prolonger quelques-unes. Sous ce double rapport, Gardiner est resté très-supérieur à Callet.

Que MM. Didot et Ce me permettent de leur adresser, en terminant cette Note, un conseil d'autant plus désintéressé que je me propose de publier moi-même des Tables de logarithmes à 7 décimales. Je les engage à modifier par un *carton* la nouvelle Préface, qui laisse bien quelque chose à désirer; à faire sauter les chiffres incertains; à ne conserver du Précis de Callet que ce qui est relatif à l'usage des Tables; à suppléer enfin, par de grands soins dans le tirage et dans le choix du papier, à l'usure évidente des caractères stéréotypes qu'ils continuent à employer. A ces conditions, ils donneront une nouvelle édition des Tables de Callet supérieure encore à l'édition de 1861, quoique je n'osasse affirmer qu'elle ne contiendra plus la moindre erreur (*). F. LEFORT (**).

(*) *Extrait de la lettre d'avertissement publiée par MM. Firmin Didot frères, fils et Ce :*

« La révision générale que M. Saigey a faite de ces Tables, en utilisant
» les recherches récentes de calculateurs habiles, et en recommençant tout
» le travail de Callet, par des procédés plus certains, nous permet d'af-
» firmer que cet ouvrage, qui jusqu'à présent avait été considéré comme
» le plus correct en ce genre, est maintenant d'une exactitude plus scrupu-
» leuse encore, et ne contient plus la moindre erreur. »

(**) Pierre-Alexandre-Francisque Lefort, né à Paris le 13 mars 1809.

TM.

Note du Rédacteur. Cette critique judicieuse et spirituelle, outre son mérite scientifique, donne une excellente leçon de *morale* sur la réserve que nous autres *nains* devons mettre en parlant des *géants.*

Principe général. Dans une Table de nombres *incommensurables,* la dernière décimale doit être exacte à une demi-unité près de l'ordre de cette décimale, et un point placé sur cette décimale doit faire connaître si cette demi-unité est par *excès* ou par *défaut*; pour les logarithmes, il est essentiel de tenir compte des diverses corrections indiquées sur les Tables de Bremiker et autres dans les *Astronomische Nachrichten.*

MÉMOIRE SUR LE MOUVEMENT DES NOEUDS DE LA LUNE et sur l'inégalité en latitude qui donne la mesure de l'aplatissement de la terre; par *M. G. Lespiault,* professeur à la Faculté de Bordeaux. In-8° de 54 pages; Paris, 1861 avec figures dans le texte.

De récentes discussions d'astronomie donnent à ce Mémoire un intérêt de circonstance dont le mérite intrinsèque est parfaitement indépendant. L'auteur considère le couple qui fait tourner la terre et son satellite autour de leur centre de gravité commun; par ce point menant les trois parallèles, à l'axe de l'écliptique, aux axes de rotation de la terre et de la lune, il admet, d'après Cassini, que ces trois axes sont sensiblement dans le même plan; de là on déduit facilement la position et l'intensité du couple. Or deux forces poussent les deux planètes vers le soleil; si l'on transporte ces forces au centre commun des deux planètes, il naît une résultante et un couple infiniment petit perturbateur du premier couple, de sorte qu'à chaque instant il y a un couple résultant, variable de position et d'intensité. Décomposant ce couple en trois autres, l'auteur en déduit les trois inégalités : 1° la variation ; 2° la rétrogradation de la ligne des nœuds ; 3° l'oscillation de l'orbite lunaire. Viennent ensuite les expressions analytiques de ces divers couples et les équations différentielles et intégrées, correspondant à chacune des trois inégalités, qui sont chacune à part soigneusement discutées et élucidées.

Dans le calcul du couple primitif, on a fait abstraction des deux couples provenant des deux couples résultant des rotations de la terre et de la lune chacune autour de son axe : abstraction permise en supposant invariables les directions de ces axes ; mais on sait que l'axe terrestre a une nutation due à son ménisque et qui, influant sur le mouvement de la lune, y produit une variation en latitude. La variation de Tycho-Brahé est en longitude.

On trouve dans l'ouvrage du bon Père Mersenne, *Harmonia* (et que n'y trouve-t-on pas !), les relations suivantes entre les phases lunaires et les tons musicaux.

	ANGLES.		
Conjonction...	0	$\frac{360}{360}$	$= 1$ tonique,
Demi-sextil...	30	$\frac{360-30}{360}$	$= \frac{11}{12}$,
Décil........	36	$\frac{360-36}{360}$	$= \frac{9}{10}$ ton mineur,
Octant, octil..	45	$\frac{360-45}{360}$	$= \frac{7}{8}$,
Sextil.......	60	$\frac{360-60}{360}$	$= \frac{5}{6}$ tierce mineure,
Quintil......	72	$\frac{360-72}{360}$	$= \frac{4}{5}$ tierce majeure,

	ANGLES.	
Quadrature...	90	$\frac{360 - 90}{360} = \frac{3}{4}$ quarte,
Tredecil.....	108	
Trin.........	120	$\frac{360 - 120}{360} = \frac{2}{3}$ quinte,
Sesquarré....	135	$\frac{360 - 135}{360} = \frac{5}{8}$ sexte mineure,
Biquintil.....	144	$\frac{360 - 144}{360} = \frac{3}{5}$ sexte majeure,
Quincunx....	150	$\frac{360 - 150}{360} = \frac{1}{36}$,
Opposition....	180	$\frac{360 - 180}{360} = \frac{1}{2}$ octave.

KEPPLER ET WALLENSTEIN.

Il est généralement admis que Keppler s'est mis au service de Wallenstein, et cela en qualité d'*astrologue*. Un document qu'on vient de découvrir prouve que la première assertion est complétement fausse et des lettres de Keppler prouvent que la seconde assertion n'est pas plus vraie que la première. Tout ceci exige quelques explications préliminaires. En 1613, Keppler habitait Prague en qualité d'astronome, d'abord de l'empereur Rudolphe qui aimait beaucoup l'astronomie et très-peu les affaires, par incapacité; et ensuite de l'empereur Mathias qui détrôna son frère Rodolphe en 1611. Les appointements étaient rarement payés et laissaient Keppler toujours dans la gêne. Sous Mathias l'arriéré se montait à 12000 florins. De sorte que Keppler fut obligé d'accepter une chaire de professeur à Linz, où il resta jusqu'à 1626, mais toujours avec le titre d'astronome impérial. Vers ce temps, il obtint de l'empereur de se rendre à Ulm pour achever l'impression des *Tables Rudolphines*, suspendue pendant les troubles de la guerre de trente ans, dans Linz et dans les environs. Cette impression terminée en 1627, il demanda où il devait désormais résider. La chancellerie parut vouloir lui indiquer la ville de Mecklembourg (aujourd'hui village) dont on venait de faire la conquête, et même on lui assigna sur les revenus du duché de Mecklembourg de quoi toucher son arriéré; mais en ce temps Wallenstein, duc de Friedland, acheta, à deniers comptants, ce duché ainsi que le duché de Sagan en Silésie, et l'empereur lui en accorda l'investiture en 1628. Keppler, protestant, ne se croyait pas très en sûreté dans les États héréditaires de l'Autriche; il préféra donc se rendre dans les domaines de Wallenstein; mais choisit en 1628 pour résidence la ville de Sagan, où le duc tenait sa cour. On sait que ce personnage avait une confiance servile et stupide dans les prédictions astrologiques qui n'ont pas peu contribué à sa perte. Or, il avait à son service l'astrologue Zeno; mais Keppler n'a jamais cessé d'être au service de l'empereur. C'est ce que montre un document que le docteur Michael, professeur au gymnase de Sagan, vient de trouver en 1858 dans les archives de cette ville. C'est un ordre que donne le duc à Graben de Recheren, son capitaine-gouverneur du duché de Sagan, de permettre à Keppler, *mathématicien de S. M. Impériale,* d'habiter Sagan. Voici la traduction *littérale* de ce document :

« Noble et cher serviteur, par ce présent vous faisons
» connaître que *le mathématicien de S. M. Impériale,*

» le très-honorable, éminentissime savant Johan Kepple-
» rus désire habiter notre ville de Sagan ; ce que nous lui
» accordons, parce que c'est un homme qualifié et très-
» expert en mathématique et en astronomie; c'est pour
» cela que nous vous donnons ordre non-seulement de
» lui procurer un logement commode et à un prix mo-
» déré, mais aussi de lui prêter aide en toute occasion,
» et qu'il vous soit intimement recommandé. Votre af-
» fectionné avec grâces princières.

(*Suit le paraphe du duc.*)

» Donné à Prague, le 26 avril 1628. »

Voici donc maintenant authentiquement établi que jamais Keppler n'était astrologue de Wallenstein ; il est vrai que le duc lui payait une solde, mais en quelque sorte à titre de restitution. Voici le motif. L'empereur avait donné un écrit à Keppler par lequel les villes impériales de Kempten, Nuremberg, Memmingen devaient lui fournir 6000 florins pour les frais d'impression des Tables Rudolphines. Nuremberg était taxé à 4000 florins ; mais Wallenstein s'opposa au payement. De sorte qu'il voulut réparer cette opposition en accordant une subvention.

Venons à l'astrologie. Dans ses Tables on lit :

« L'astrologie n'est pas digne qu'on y perde son temps;
» mais les gens ont l'opinion chimérique qu'elle convient
» à un mathématicien. »

Interrogé pourquoi la publication des Tables Rudolphines souffrait tant de retard, il répond :

« C'est pour ménager l'honneur de l'empereur, car
» tous ses ordres de payement me laisseraient mourir de
» faim ; j'écrivis donc forcément de misérables calen-
» driers avec des pronostics ; cela vaut mieux que de
» mendier. »

Et ensuite :

« Les chambellans me laissent dans l'embarras, l'as-
» tronomie est obligée de chercher protection chez la
» prostituée, sa prétendue sœur l'astrologie. Aussi mon
» éditeur s'attache à faire disparaître toutes mes pré-
» dictions. »

Les deux assertions dont il est question au commencement de cet article sont donc radicalement détruites. Ces deux taches dans la vie du grand homme sont complétement effacées. (*Astr. Nach.*, n° 1178, p. 19, t. L; 1859.)

M. Michael a fait cette communication à A. de Humboldt qui a chargé M. Bruhns, connu par sa comète périodique, d'en faire part aux *Astronomische Nachrichten*.

Tous les papiers de Keppler sont réunis à l'observatoire de Pulkova. M. Otto Struve vient de publier à Saint-Pétersbourg trois lettres de Wallenstein à Keppler. Elles confirment que l'astronome n'a jamais été au service du prince, mais il régnait entre eux une intimité fondée sur des motifs astrologiques. M. Struve rapporte même deux prédictions *in extenso*. On sait le cas que faisait Keppler de ces misères, seuls moyens qu'on lui laissait pour lutter contre la misère. On voit aussi par cette correspondance que le prince se doutait de la perfidie du roi de Hongrie devenu empereur sous le nom de Ferdinand III et fidèle à la politique autrichienne : *embrasser pour étouffer* (*).

Note. M. Le Bègue vient de confier aux presses de M. Mallet-Bachelier, hors ligne pour les sciences exactes, un Commentaire étendu sur les *Disquisitiones* avec les travaux subséquents de Gauss, Jacobi, Eisenstein, Dirichlet, etc. A paraître en 1862. M. le prince de Polignac se charge des frais d'impression.

(*) Wallenstein, Sobiesky, Napoléon Ier.

HISTORIQUE DE LA LOGOCYCLIQUE;

D'APRÈS M. BARNABA TORTOLINI.

Ann. di Mat. pura ed applicata, t. III, sept. et oct. 1860.

Voici la liste par ordre chronologique des ouvrages où l'on trouve soit des problèmes dont la solution mène à la construction de la logocyclique, soit l'équation de cette courbe.

1748. Maria-Gaetana AGNESI. *Istituzioni analitiche*, t. I, p. 378. Milano.

1757. Gregorius CASALI. *Instituti Bononiensis Commentarii*, t. IV, p. 13. Bononiæ.

1765. RICCATI et SALADINI. *Institutiones analyticæ*, t. I, p. 328, problema nonum. Bononiæ.

1819. QUETELET. *Dissertatio de quibusdam locis geometricis nec non de curva focali*. Gand.

1823. Edmundos KULP. *Hæssus*. Mannhemii.

1844. MIDY. *Nouvelles Annales*, t. III, p. 293 (déduit du *folium* de Descartes).

1846. MONTUCCI. *Nouvelles Annales*, t. V, p. 470 (sous le nom de *strophoïde*).

1858 et 1859. BOOTH. *Quarterly Journal of Mathematics*, novembre 1858, n° 9, p. 38; mai 1859, n° 10. p. 127. London. M. Booth est le premier qui ait découvert les relations de cette courbe avec le cercle et la logarithmique et lui ait donné par cette raison le nom de *logocyclique*.

1860. *Nouvelles Annales*, t. XIX, p. 28.

Le Mémoire de M. Tortolini renferme d'autres renseignements bibliographiques très-instructifs.

BIBLIOGRAPHIE.

JOURNAL FUR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK

(CRELLE-BORCHARDT, t. LIX, 2e cahier, 1861.)

(voir p. 41).

Géométrie.

JOACHIMSTHAL (p. 111-124). *Nombre de normales* réelles *abaissées d'un point donné sur un ellipsoïde.*

L'auteur résout la question à l'aide de ces trois lemmes, qu'il démontre.

Lemme I. α, β, γ, δ étant les racines d'une équation biquadratique ayant des racines réelles α et β, posons

$$\Delta = (\alpha - \beta)^2 (\alpha - \gamma)^2 (\alpha - \delta)^2 (\beta - \gamma)^2 (\beta - \delta)^2 (\gamma - \delta)^2.$$

Si Δ est positif, les quatre racines sont réelles, et si Δ est négatif, il n'y a que deux racines réelles.

Si Δ est nul, l'équation a des racines multiples. Dans la question des normales, lorsque $\Delta = 0$, chaque point de la développée doit donner deux racines coïncidant; l'équation biquadratique de la développée doit renfermer Δ comme facteur, et M. Cauchy a prouvé que si l'on a l'équation

$$ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0;$$

alors

$$a^6 \Delta = J^3 - 27 J_1^2,$$

$$J = ae - 6bd + 3c^2, \quad J_1 = ace - ad^2 - eb^2 - 2c^3 + 2bcd$$

Lemme II.

$$U = 0, \quad U_1 = 0$$

étant les équations de deux coniques,

$$U + \lambda U_1 = 0$$

l'équation d'une conique passant par l'intersection des deux coniques, si l'on détermine λ de manière que cette dernière équation soit le produit de deux facteurs linéaires, λ depend d'une équation du troisième degré. *Connu.*

Lemme III. Soient

$$\varphi(u) = 0,$$

φ fonction entière de u; V une fonction de u telle, qu'on ait la relation

$$\varphi - V\varphi' + \varphi'' = 0;$$

a et b deux nombres quelconques et $a < b$; on suppose que dans cet intervalle V et φ'' restent *finis* et que φ ne change ni de signe ni ne devienne nul. Alors, 1° φ n'aura pas de racines multiples; 2° l'équation

$$\varphi(u) = 0$$

aura autant de racines réelles que la série $\varphi(a)$, $\varphi'(a)$, $\varphi''(a)$ présentera plus de changements de signes que la série $\varphi(b)$, $\varphi'(b)$, $\varphi''(b)$, ainsi au plus deux.

L'auteur applique ce lemme à une certaine équation du huitième degré et parvient à ce résultat final,

Soient F_1 la surface lieu des extrémités des plus grands rayons de courbure principaux; F_2 la surface lieu des extrémités des plus petits rayons de courbure principaux ; si le point donné est dans l'espace commun aux deux surfaces, on pourra mener six normales réelles; si le point est dans l'une de ces surfaces seulement, on ne pourra mener que quatre normales réelles, et s'il est hors des deux, il n'y a lieu qu'à des normales réelles.

Ce résultat est analogue à ce qui a lieu pour l'ellipse, selon la position du point d'où partent les normales relativement à la développée.

A. Clebsch (p. 125-145). *Sur les courbes du quatrième ordre.*

On sait que chaque courbe de degré n a $n-1$ polaires (Bobillier) ; la première polaire du degré quatrième est de troisième degré et a deux invariants que nous désignerons par S et T; S est du quatrième et T du sixième degré. Nommons *déterminant polaire* la courbe que l'on obtient en égalant à zéro le déterminant d'une polaire; $S=0$ est le lieu des pôles dont les déterminants polaires se réduisent à des triangles ; $T=0$ est le lieu des pôles dont les polaires et les déterminants polaires ont cette relation de réciprocité, savoir les tangentes d'inflexion de l'une de ces courbes touchent l'autre courbe.

Posons

$$R = T^2 - S^3;$$

R sera du douzième degré, $R=0$ est le lieu des pôles dont les polaires ont un *double* point; le lieu de ces doubles points du sixième degré passe par les points d'inflexion de la courbe du quatrième degré et est l'invariant de la seconde polaire.

Les trois courbes R, S, T jouent un rôle très-important dans les lignes du quatrième ordre, et, en se fondant sur ce principe évident que les *invariants* (*) de diverses polaires d'une courbe de degré n sont les covariants de cette dernière courbe, l'auteur établit les propriétés des polaires, points d'inflexion, de rebroussement, etc., que le savant géomètre Painvin fera connaître aux géomètres français.

SIEBECK, à Liegnitz (p. 173-184). *Sur une espèce de courbes du quatrième degré qui ont des relations avec les fonctions elliptiques.*

C'est la continuation d'un Mémoire inséré dans le t. LIII, p. 359, du Journal.

Étant donnée une conique, le lieu du point d'où l'on voit une conique sous le même angle ou sous son supplément est une de ces espèces de courbes.

Théorème I. Si un point se meut dans un plan de manière qu'une conique à centre donnée est vue de ce point sous un angle μ réel ou imaginaire, il existe encore une seconde conique vue de ce point sous un angle constant μ'; si la première conique est une ellipse, la seconde est une hyperbole, et *vice versâ*; les axes principaux coïncident, l'axe focal de l'une peut coïncider avec l'axe transverse de l'autre. Les quatre foyers réels et les quatre foyers imaginaires de deux coniques sont les foyers de l'orbite décrite par le point; e, e' étant les distances des foyers réels aux centres respectifs, on a

$$\frac{\operatorname{tang}^2\mu}{\operatorname{tang}^2\mu'} = \frac{e^2}{e'^2}.$$

(*) Bonne nouvelle! La *Théorie des Déterminants*, de Baltzer, si renommée pour sa didactique simplicité, vient de sortir des élégantes et fécondes presses Mallet-Bachelier, traduction Hoüel, fidélité garantie. Nous en parlerons prochainement.

Théorème II. Si un point se meut dans un plan de manière qu'une hyperbole équilatère donnée soit vue de ce point sous un angle constant, si cet angle est imaginaire, il existe sur l'axe focal deux points fixes tels, que le produit des distances du point mobile à ces deux points est constant; si cet angle est réel, les deux points fixes sont sur le second axe.

Théorème III. Si une droite se meut dans le plan d'une conique de telle sorte que le segment intercepté par la conique soit vu du centre sous un angle constant (réel ou imaginaire), il existe encore une seconde conique où le segment intercepté est vu sous un angle constant, les axes principaux des deux coniques coïncident, les pieds des perpendiculaires abaissées du centre d'une de ces coniques sur la droite mobile sont sur une courbe du quatrième degré de l'espèce mentionnée.

SUR L'ORTHOGRAPHE DU NOM DE CLAIRAUT;

PAR UN ANONYME.

Un article consacré à la dynastie Clairaut, page 49 du *Bulletin bibliographique*, se termine ainsi :

« Quelle est la vraie orthographe du nom? est-ce Clairaut ou Clairault? »

Nous avons sous les yeux les ouvrages suivants :

La 2e édition de la *Théorie de la Lune*, publiée chez Desaint. Paris, 1765. Elle contient une dédicace adressée au duc de Choiseul et un avertissement de l'auteur qui prouve qu'il a surveillé lui-même cette 2e édition.

La 3e édition des *Éléments d'Algèbre,* publiée chez Durand. Paris, 1760.

Une traduction allemande de ces Éléments, publiée chez Nicolaï. Berlin, 1752.

Une édition des *Éléments de Géométrie,* publiée chez Durand neveu. Paris, 1765. Elle contient une dédicace adressée au comte de Maurepas.

Dans chacun de ces quatre ouvrages le nom est écrit Clairaut.

Dans les Mémoires de l'abbé Morellet, ce même nom est toujours écrit Clairault. On trouve à la page 120 du Ier volume de ces Mémoires les passages suivants :

« M. de Montigny m'avait fait aussi connaître Clai-
» rault, chez qui nous dînions quelquefois avec une de-
» moiselle G... qui demeurait chez lui, parce que, en
» homme laborieux et appliqué, il voulait avoir sous la
» main toutes les choses dont il avait besoin.

. . . .

» Il lui avait enseigné assez de calcul pour qu'elle pût
» l'aider dans ses études astronomiques.

. . . .

» Je faisais des chansons pour le géomètre et sa so-
» ciété; je conserverai ici deux couplets, les seuls dont
» je me souvienne :

Clairault emporté dans les cieux,
Au plus haut de son apogée,
Est moins admirable à mes yeux
Qu'avec nous à son périgée;
Il ne perd rien de mes respects,
Lorsqu'en suivant ma théorie,
Il substitue à ses y grecs
Un moment de folie.

Parmi des mondes inconnus,
Quand il a fourni sa carrière,
On dit qu'il s'arrête à Vénus
Avant de descendre à la Terre.
Mais l'Amour y conduit ses pas
Au lieu de la chaste Uranie,
Et ce Dieu ne calcule pas
Les moments de folie.

Note du Rédacteur. Voltaire, dans l'Épître à madame du Chatelet qui précède sa tragédie d'*Alzire*, écrit (1736) :

« L'esprit philosophique fait tant de progrès en France » depuis quarante ans, que si Boileau vivait encore, lui » qui osait se moquer d'une femme de condition parce » qu'elle voyait en secret Roberval et Sauveur, il se- » rait obligé de respecter et d'imiter celles qui pro- » fitent publiquement des lumières des Maupertuis, des » Réaumur, des Mairan, des du Fay et des Clairault. »

Il paraît que la vraie orthographe est Clairault avec la lettre *l*. Poggendorff écrit dans son Dictionnaire Clairault. Possède-t-on un autographe?

Si Voltaire vivait encore, que dirait-il de notre philosophie, de notre littérature?

AVIS.

Nous engageons les Professeurs qui veulent se délasser de la monotonie de l'enseignement rudimentaire à lire la *Notice sur les petites planètes* que vient de publier M. Lespiault, professeur à Bordeaux. Érudition germanique, élégance française, sublimité astronomique, tout est réuni dans cet opuscule instructif.

M. Burat, professeur provisoire au lycée Louis-le-Grand, a collaboré à cette attrayante production dont les hypothèses ne semblent pas être dénuées de probabilité. Un astronome attaché à l'Observatoire impérial veut bien en rendre compte.

TABLE DES MATIÈRES PAR ORDRE MÉTHODIQUE.

(TOME VII.)

Analyse algébrique.

Arithmétique; Arithmologie.

Analyse infinitésimale.

Géométrie élémentaire.

Géométrie de l'espace; Lignes et Surfaces.

Mécanique et Mécanique céleste.

Historique et Bibliographie.

Mélanges.

TABLE DES NOMS PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE.

(Les noms des Collaborateurs sont précédés d'un astérisque.)

PARIS. — IMPRIMERIE DE MALLET-BACHELIER,
rue de Seine-Saint-Germain, 10, près l'Institut.