H. DE MILLEVILLE
HENGY

Solution de la question 555

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 91-92
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__91_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 555

(voir t. XIX, p. 464);

PAR M. H. DE MILLEVILLE,
Soldat au 42e de ligne,
ET M. HENGY,
Maître répétiteur au lycee de Sens.

Soient $2b$ la base du triangle isocèle, h sa hauteur, l la distance à la base du sommet d'une parabole inscrite. L'équation de cette parabole, en prenant pour axes la base et la hauteur du triangle, sera

$$y = l - \frac{h^2 x^2}{4b^2(h-l)};$$

l'aire de cette parabole, bornée par la base, est

$$S = lx - \frac{h^2 x^3}{12b^2(h-l)}.$$

Prenons la dérivée de la fonction S par rapport à l, ainsi que la dérivée par rapport à x et égalons ces dérivées à zéro, on a

$$x - \frac{h^2 x^3}{12b^2(h-l)^2} = 0, \qquad l - \frac{h^2 x^2}{4b^2(h-l)} = 0.$$

Eliminons x entre ces deux équations. La première donne

$$\frac{h^2 x^2}{4b^2(h-l)} = 3(h-l),$$

et, par suite, on tire de la seconde

$$l = \frac{3}{4}h,$$

valeur qui correspond au maximum de l'aire.

Cette aire maximum est

$$S_m = \frac{\sqrt{3}}{4} bk.$$

Les coordonnées des points où la parabole est tangente aux côtés du triangle sont $\pm \frac{b}{2}$ et $\frac{h}{2}$.

Note du Rédacteur. Il reste à démontrer que le sommet de la parabole est sur la hauteur.