GENOCCHI

Sur les extractions approchées des racines

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 48-50

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__48_0>

SUR LES EXTRACTIONS APPROCHÉES DES RACINES;

Par M. GENOCCHI.

Dans l'*Arithmétique* de M. Peacock, qui fait partie de l'*Encyclopedia Metropolitana* de Londres (1825-26), et qui m'a été signalée par le savant prince Boncompagni, je trouve rapportées plusieurs règles anciennes pour l'approximation des racines carrées et cubiques (t. I, p. 436-437). La formule

$$\sqrt{a^2+x} = a + \frac{x}{2a}$$

est attribuée aux Arabes (*). Ensuite on mentionne une méthode d'Aronce Fineus comme le pas le plus remarquable fait avant l'âge de Stevin, savoir l'invention des décimales, ce qui aurait attiré l'attention des mathématiciens et provoqué des perfectionnements postérieurs. Or l'ouvrage de Fibonacci renferme aussi cette méthode avec ces perfectionnements, sous une forme plus générale : il prescrit, en effet, de multiplier le nombre donné par un carré m^2, d'extraire la racine carrée du produit, et diviser cette racine par m. Dans l'exemple, il prend $m = 100$, et remarque qu'on multiplie par m^2, en ajoutant quatre zéros au nombre donné. Il se sert en même temps de la formule

$$\sqrt{a^2+b} = a + \frac{b}{2a},$$

(*) Peut-être M. Peacock a pris cela dans Tartaglia qui toutefois n'est pas très-affirmatif. (V. *General Trattato*, parte II, lib. II, cap. 1.)

Peacock (George), né à Thornton-Hall en 1791, mort en 1858, professeur à l'université de Cambridge.

de manière qu'en supposant

$$N m^2 = a^2 + b,$$

il a

$$\sqrt{N} = \frac{1}{m}\left(a + \frac{b}{2a}\right).$$

Quant aux racines cubiques, M. Peacock cite les formules erronées de Parieli et d'Aronce Fineus, dont le premier prenait $a + \frac{x}{(3a)^3}$, et le second $a + \frac{x}{3a}$, pour valeur de $\sqrt[3]{a^3 + x}$, et rapporte l'opinion de Tartaglia, qui fait remonter la première aux Arabes, par l'intermédiaire de Fibonacci; mais Tartaglia s'est trompé, car les formules de Fibonacci sont bien plus exactes. La formule

$$\sqrt[3]{a^3 + x} = a + \frac{x}{3a^2 + 3a^2},$$

qu'on déduirait de la méthode de Newton, est indiquée comme due à Cardan, et critiquée par Tartaglia, qui expliquait la formule donnée aussi par Juan de Ortega,

$$\sqrt[3]{a^3 + x} = a + \frac{r}{3a^2 + 3a}.$$

Cette formule même fournit une approximation moins rapide que la méthode de Fibonacci (*). J'ajoute que ce

(*) Les opérations étant répétées, la formule de Cardan finit par être la plus convergente de toutes. De même la formule

$$\sqrt{a^2 + x} = a + \frac{x}{2a}$$

finit par être plus convergente que l'autre

$$\sqrt{a^2 + x} = a + \frac{x}{2a + 1}$$

donnée par Juan de Ortega.

dernier énonce et démontre l'équation

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2,$$

et que dans l'extraction de la racine il ne forme pas le cube de la partie trouvée pour déterminer le chiffre suivant, mais les produits $3a^2b$, $3ab^2$, etc., comme quelques auteurs le voudraient encore aujourd'hui. (*Nouvelles Annales*, 1844, p. 234; 1851, p. 87 et 255.)