NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

E. LEFRANÇOIS

Solution de la question 568

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 422-424

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__422_1>

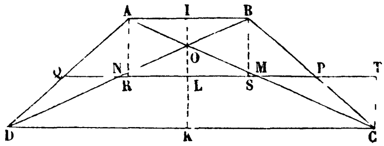
SOLUTION DE LA QUESTION 568

(voir p. 111);

PAR M. E. LEFRANÇOIS,
Elève du lycée Louis-le-Grand (classe de M. Lionnet).

Construire, sans admettre aucun *postulatum* relatif aux parallèles, un trapèze tel, que les milieux des deux côtés et les milieux des deux diagonales soient sur une même droite parallèle aux bases, et que chaque diagonale fasse avec cette droite et la plus petite base des angles alternes-internes égaux entre eux.

Traçons deux droites qui se coupent en O; de ce point comme centre, avec un rayon arbitraire, décrivons une



circonférence qui coupe ces droites en des points A, B, M, N; des points M et N comme centres, avec un rayon égal à l'un des diamètres AM ou BM, décrivons des arcs qui coupent les prolongements de ces diamètres en des points C et D; traçons les droites AB, BC, CD, AD, et le quadrilatère ABCD répond à l'énoncé.

En effet, les triangles OAB, OCD, OMN, étant isocèles par construction, les droites OI, OK, OL menées de leur sommet commun aux milieux de leurs bases respectives sont perpendiculaires à ces bases et bissectrices de l'un des angles au sommet AOB, COD; donc elles sont situées dans la même direction, et les droites AB, CD, MN, perpendiculaires à une même droite IK, sont parallèles; donc la figure ABCD est un trapèze où la droite MN, qui joint les milieux des diagonales, est parallèle aux bases; de plus, les triangles isocèles OAB, OMN ayant un angle égal et compris entre côtés égaux, les angles alternes-internes BAC et AMN, ABD et BNM sont égaux; il suffit donc de démontrer que les points P et Q où la direction MN rencontre les côtés BC, AD, sont les milieux de ces côtés.

Abaissons les perpendiculaires AR, BS, CT sur cette direction MN : les triangles rectangles CMT, AMR ayant l'hypoténuse CM = AM et les angles aigus en M égaux comme opposés au sommet, le côté CT = AR; les triangles rectangles BNS, AMR ayant l'hypoténuse BN = AM et les angles aigus N et M égaux, on a BS = AR ; donc BS = CT, et les triangles rectangles BSP, CTP ayant les angles aigus en P égaux comme opposés au sommet et le côté BS = CT, l'hypoténuse BP = CP ; donc le point P est le milieu de BC. On prouverait de même que le point Q est le milieu de AD.