Nouvelles annales de mathématiques

Cuenoud

Formule barométrique de M. Babinet

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 356-358

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__356_1>

FORMULE BAROMÉTRIQUE DE M. BABINET;

PAR M. CUENOUD, DE LAUSANNE.

Il m'a paru intéressant de chercher à obtenir la formule de Babinet par une voie élémentaire, en introduisant dans la loi de décroissance des densités de l'air avec la hauteur une approximation analogue à celle que M. Babinet introduit numériquement dans la formule de Laplace. J'ai trouvé qu'il suffisait pour cela d'admettre que la densité moyenne d'une colonne d'air était la moyenne arithmétique entre les densités extrêmes, ou, en d'autres termes, que les hauteurs croissant en progression arithmétique, les densités décroissent en progression *arithmétique*. On conçoit que, entre certaines limites, les résultats fournis par cette loi ne doivent pas s'écarter beaucoup de ceux que fournit la loi réelle que l'on peut énoncer ainsi : La densité décroît en progression *géométrique* quand la hauteur croît en progression arithmétique.

En désignant par D et d les densités de l'air aux stations inférieure et supérieure (densités prises par rapport à l'eau), la densité moyenne d'une colonne d'air comprise entre ces deux stations serait, dans l'hypothèse ci-dessus,

$$\frac{1}{2}(\mathrm{D}+d).$$

En considérant une colonne d'air de 1 décimètre carré de section, le poids en kilogrammes d'une hauteur de h mètres de cette colonne serait

$$10\,h+\frac{1}{2}(\mathrm{D}+d).$$

Le poids de cette colonne, augmenté de la pression à la partie supérieure, doit donner la pression à la partie inférieure. On a donc, en désignant par B et b les hauteurs barométriques correspondantes respectivement à D et d, et par m la densité du mercure :

$$10\,m\,b+10\,h+\frac{1}{2}(\mathrm{D}+d)=10\,m\,\mathrm{B},$$

d'où

$$h = \frac{2m(B - b)}{D + d}.$$

Or, d'après la loi de Mariotte, la densité de l'air est proportionnelle à la pression ou à la hauteur barométrique qui mesure cette pression, en sorte que l'on a

$$\frac{D}{d} = \frac{B}{b} \quad \text{d'où} \quad \frac{D + d}{D} = \frac{B + b}{B}$$

ou

$$D + d = (B + b)\frac{D}{B}.$$

et

$$h = \frac{2m(B - b)}{B + b} \times \frac{B}{D}.$$

Le rapport $\frac{B}{D}$ est indépendant de l'altitude de la station à laquelle on mesure B; on peut donc calculer la valeur *constante* de ce rapport en prenant les valeurs qu'ont B et D au niveau de la mer, soit

$$B = 0^m,76, \; d = 0,001293;$$

du reste,

$$m = 13,596,$$

en sorte que la formule précédente devient

$$h = \frac{0^m,76 \times 2 \times 13\ 596}{0,001293} \times \frac{B - b}{B + b}.$$

La valeur du coefficient numérique est 15983^m, nombre compris entre 15976 que fournit la formule de Laplace transformée, et 16000 adopté par M. Babinet.

En introduisant le terme relatif à la température, on obtiendrait la formule

$$h = 16000^m \left[1 - \frac{2(T + t)}{1000}\right] \frac{B - b}{B + b}.$$