NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

JAUFROID

Solution de la question 4

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 293-294

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__293_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 4

(voir p. 100);

PAR M. JAUFROID,
Professeur au lycée de Nice.

x, y, z étant les trois côtés d'un triangle, si l'on a la relation

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3m^3,$$

trouver l'aire maximum.

La formule qui donne la surface d'un triangle en fonction des côtés, étant développée, donne

$$16s^2 = 2x^2y^2 + 2x^2z^2 + 2y^2z^2 - x^4 - y^4 - z^4.$$

Prenant pour variables indépendantes x et y, les équations

$$\frac{ds}{dx} = 0, \quad \frac{ds}{dy} = 0$$

conduisent sans difficulté aux équations

$$z(z^2 + y^2 - x^2) - x(x^2 + y^2 - z^2) = 0,$$
$$z(z^2 + x^2 - y^2) - y(x^2 + y^2 - z^2) = 0,$$

faisant en sorte que dans chaque parenthèse il y ait le trinôme $x^2 + y^2 + z^2$. Ces équations se tranforment dans les suivantes

$$[y^2 + (x + z)^2](z - x) = 0,$$
$$[x^2 + (y + z)^2](y - z) = 0,$$

qui admettent pour solution réelle,

$$x = y = z,$$

et, en vertu de $x^3+y^3+z^3=3m^3$,

$$x=y=z=m,$$

et par suite

$$s=\frac{m^2\sqrt{3}}{4}.$$