NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

BLANCHÉ-ARRAULT
ALPH. POITRASSON
MAURICE LE BARBIER DE TINAN

Solution de la question 535

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 271-272

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__271_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 535

(voir t. XIX, p. 306),

PAR MM. BLANCHÉ-ARRAULT, ALPH. POITRASSON,
ET MAURICE LE BARBIER DE TINAN.

Si deux polygones, 1° sont semblables, 2° ont les côtés homologues parallèles, 3° ont les intervalles compris entre les côtés homologues égaux, ces deux polygones sont circonscriptibles à des cercles.

En effet, considérons deux polygones ABCD, $abcd$, satisfaisant aux conditions de l'énoncé. Menons les droites Aa, Bb, Cc, Dd; je remarque que ces droites seront évidemment les bissectrices des angles A, B,..., a, b,..., en vertu de l'égalité des intervalles égaux compris entre les côtés homologues, d'où il résulte que le point O où se rencontrent deux de ces bissectrices est également éloigné des côtés BC, AB, AE, par exemple. Si je démontre qu'une troisième bissectrice CO passe aussi par ce point O, il en résultera que le point O sera le centre des cercles inscrits dans les deux polygones. Soit donc O′ le point où Ce rencontre BO. Les triangles semblables AOB, aOb, BO′C, bO′c donnent les égalités de rapport :

$$\frac{ab}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{O}b}{\mathrm{OB}}, \quad \frac{bc}{\mathrm{BC}} = \frac{\mathrm{O}'b}{\mathrm{OB}}.$$

Mais, les deux polygones étant semblables, on a

$$\frac{ab}{\mathrm{AB}} = \frac{bc}{\mathrm{BC}},$$

donc on doit avoir

$$\frac{\mathrm{O}b}{\mathrm{OB}} = \frac{\mathrm{O}'b}{\mathrm{OB}}$$

et par suite

$$\mathrm{O}b = \mathrm{O}'b;$$

ce qui prouve que les points O et O′ se confondent et que toutes les bissectrices passent par le même point O, qui est le centre des cercles inscrits dans les deux polygones.