# Questions

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 20 (1861), p. 138-142

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__138_1>

## QUESTIONS.

576. Soient C le centre, F, F′ les foyers et P un point quelconque d'une ellipse de Cassini. Qu'on décrive un cercle passant par F, F′ et P, et supposons que la normale à la courbe au point P rencontre ce cercle dans un second point N ; alors on aura cette relation

$$CP \times PN = \text{constante}.$$

(STREBOR.)

577. Dans un polyèdre, la différence entre la double somme des angles dièdres et la somme des angles solides est égale à autant de fois quatre angles droits qu'il y a de faces moins deux.

578. Les quatre cercles inscrits dans un triangle *sphérique* sont touchés par un même cercle. (HART.)

La tangente du rayon sphérique de ce dernier cercle est la moitié de la tangente du rayon sphérique du cercle circonscrit au triangle. (SALMON.)

579. Étant donnée une courbe quelconque sur la sphère, d'un point fixe C pris sur la sphère menons à la courbe le rayon vecteur sphérique CO ; prenons sur ce rayon un point O′ tel, qu'on ait

$$\frac{\sin\frac{CO'}{2}}{\sin\frac{CO}{2}} = \alpha,$$

quantité constante. Le lieu des points O′ forme une seconde courbe telle, qu'on aura : aire de la courbe CO′ est à l'aire de la courbe CO comme $\alpha^2 : 1$. (VANNSON.)

580. Résoudre les équations

$$u^6 - 3A^2u^4 + 3A^4(1-\gamma^2)u^2 - A^6(1 - 3\gamma^2 + 2\gamma^3) = 0,$$

$$u^6 - (2A^2 + C^2)u^4 + (2A^2C^2\sigma + A^4\sigma'')u^2 - A^2C^2\varpi = 0,$$

$$\sigma = 1 - \gamma^2, \quad \sigma'' = 1 - \gamma''^2,$$

$$\varpi = 1 + 2\gamma\gamma'\gamma'' - \gamma^2 - \gamma'^2 - \gamma''^2.$$

(LAMÉ.)

581. En calculant la valeur algébrique du déterminant

$$\Delta = \left| \begin{array}{ccccccc} n & . & \dfrac{n.n-1}{1.2}t & . & \dfrac{n.n-1.n-2}{1.2.3}t^2 \ldots & & nt^{n-2}.t^{n-1} \\ \dfrac{n.n-1}{1.2}t & . & \dfrac{n.n-1.n-2}{1.2.3}t^2 & . & \dfrac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}t^3 \ldots & & t^{n-1}.n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t^{n-1} & . & n & . & \dfrac{n.n-1}{1.2}t \ldots\ldots & & n-1\,t^{n-3}.nt^{n-2} \end{array} \right|$$

les puissances impaires de $t$ disparaissent, et, en posant $t^2 = u$, l'équation $\Delta = 0$ est l'équation aux carrés des différences des racines de l'équation

$$x^n - 1 = 0.$$

(MICHAEL ROBERTS.)

582. Soit V un des foyers d'une hyperbole équilatère quelconque tangente à une ellipse donnée et concentrique avec elle. En supposant que le point de contact de ces deux courbes varie, le rectangle FV.F′V, F, F′ étant les foyers de l'ellipse, conserverait une valeur constante.

(STREBOR.)

583. Étant données, dans un plan, deux courbes géométriques, l'une de *degré m* et l'autre de la *classe n*; si une tangente roule sur celle-ci et que par les points où elle rencontre la courbe $C_m$, on mène à cette courbe des tangentes et des normales :

1° Les tangentes se coupent deux à deux sur une courbe de degré $\frac{1}{2}mn(m-1)(2m-3)$;

2° Les normales se coupent deux à deux sur une courbe de degré $\frac{1}{2}mn(m-1)(2m-1)$.

(E. DE JONQUIÈRES.)

584. Une conique étant inscrite dans un triangle, soient respectivement $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ les rayons de courbure de la conique aux points où elle touche les côtés $a$, $b$, $c$ du triangle, on a

$$8S=\left(-\frac{a}{\alpha^{\frac{1}{3}}}+\frac{b}{\beta^{\frac{1}{3}}}+\frac{c}{\gamma^{\frac{1}{3}}}\right)\left(\frac{a}{\alpha^{\frac{1}{3}}}-\frac{b}{\beta^{\frac{1}{3}}}+\frac{c}{\gamma^{\frac{1}{3}}}\right)\left(\frac{a}{\alpha^{\frac{1}{3}}}+\frac{b}{\beta^{\frac{1}{3}}}-\frac{c}{\gamma^{\frac{1}{3}}}\right),$$

S désignant l'aire du triangle. (Capitaine FAURE.)

585. Trois coniques étant données dans un même plan, il y a vingt points d'où elles sont vues sous le même angle ou sous des angles supplémentaires.

(Capitaine FAURE.)

586. *Géométrie descriptive*. Étant données deux droites A et B dans l'espace, construire une troisième droite qui fasse avec A un angle donné $\alpha$ et avec B un angle $\beta$.

(DESGRANGES.)

587. Quelle est la surface engendrée par une droite qui glisse sur deux autres A et B de telle sorte que dans chacune de ses positions l'angle qu'elle fait avec A est égal à l'angle qu'elle fait avec B. (DESGRANGES.)

**588. Soient T, T′ les points de contact des deux tangentes menées à une ellipse d'un point quelconque O, et soient F, F′ les foyers de la courbe. Désignons par $d$, $d'$ les deux demi-diamètres parallèles à OT, OT′, et posons**

$$OT = t, \quad OT' = t', \quad FO = \rho, \quad F'O = \rho'.$$

Alors on aura

$$tt' + dd' = \rho\rho'.$$

(STREBOR.)

589. Un polygone d'un nombre pair de côtés étant inscrit dans une conique, si l'on mène par son centre des parallèles à chaque côté du polygone, de manière à former un parallélogramme en chacun de ses sommets, la somme des inverses des parallélogrammes de rang pair est égale à la somme des inverses des parallélogrammes de rang impair. (Capitaine FAURE.)

590. Si l'on prend les polaires des points milieux des côtés d'un triangle relativement à une conique *quelconque* inscrite dans le triangle, ces polaires déterminent un triangle qui a une surface constante.

(Capitaine FAURE.)

591. Deux tétraèdres de volume V et V′ étant polaires réciproques relativement à une surface du second degré dont les demi-axes principaux sont $a$, $b$, $c$; si l'on désigne par $V_1$, $V_2$, $V_3$, $V_4$ les volumes des quatre tétraèdres que l'on obtient en joignant le centre de la surface aux sommets de V, on a la relation

$$\left(\frac{abc}{6}\right)^2 = V' \frac{V_1 V_2 V_3 V_4}{V^3}.$$

Lorsque V=V′, on a le théorème de M. Painvin (*Nouvelles Annales*, t. XIX, p. 294).

Il existe une relation analogue entre les volumes de deux tétraèdres corrélatifs. (Capitaine FAURE.)