NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 111-113

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__111_0>

QUESTIONS.

566. Soit $D^n \tang \varphi$ la dérivée d'ordre n de $\tang \varphi$, on a l'équation symbolique

$$D^n \tang \varphi = (D^1 + D^0)^{n-1},$$

c'est-à-dire

$$D^{n-1} D^0 + (n-1) D^{n-2} D^1 + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2} D^{n-3} D^2$$

ou

$$D^0 = \tang \varphi.$$

Lorsque $n = 1$, le dernier terme doit être pris $= 1$; alors

$$D^1 \tang \varphi = \tang^2 \varphi + 1.$$

567. Quelle est la probabilité que l'angle aigu formé par deux grands cercles tracés au hasard sur une sphère sera compris entre m degrés et n degrés?

568. Construire, sans admettre aucun *postulatum* relatif aux parallèles, un trapèze tel, que les milieux des deux côtés et les milieux des diagonales soient sur une même droite parallèle aux bases, et que chaque diagonale fasse avec cette droite et la plus petite base des angles alternes-internes égaux entre eux.

(LIONNET, professeur.)

569. ABD est un triangle rectangle en B; sur AB comme diamètre une circonférence décrite rencontre AD en E; si AE = BD, alors AE est égal au quadrant de la circonféreuce à un millième du rayon près.

(A. S. HERSCHEL.)

570. Deux ellipses *homofocales* sont l'une *inscrite* à

un triangle et l'autre *circonscrite* au même triangle ; on a la relation suivante entre les demi grands axes et l'excentricité

$$\alpha^8 - 4\alpha^6 a^2 + 6\alpha^4 a^2 c^2 - 4\alpha^2 a^2 c^4 + a^4 c^4 = 0.$$

(MENTION.)

571.

$$y + z = 1,$$

on a

$$\sum_1^{\infty} \frac{y^p + z^p}{p^2} = \frac{\pi^2}{6} - \log y \log z.$$

On prend pour p tous les nombres entiers positifs de 1 à ∞. Faisant

$$y = z = \frac{1}{2},$$

on a

$$\sum \frac{1}{2^{p-1} p^2} = \frac{\pi^2}{6} - \log(2)^2.$$

(EULER.)

572.

$$\log 2 = 4\left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{5.6.7} + \frac{1}{9.10.11} + \frac{1}{13.14.15} + \ldots\right).$$

(EULER.)

573. Soit la fraction continue

$$\sqrt{n} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{2c + \cfrac{1}{b + \sqrt{n}}}}.$$

Faisons

$$a + \frac{1}{b} = \mathrm{M}, \quad a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c}} = \mathrm{N},$$

on a

$$MN = n.$$

574. Dans le pentaèdre ABCA′B′C′, ABC, A′B′C′ sont deux faces triangulaires *parallèles*; les faces ABA′B′, ACA′C′ sont deux faces quadrilatères *planes*; la cinquième face BCB′C′ est un paraboloïde décrit par la droite B′C se mouvant sur les directrices BB′, CC′ parallèlement aux plans ABC, A′B′C′. On a :

Volume du pentaèdre égale

$$\frac{1}{6} h \sin \mathrm{BAC} \left[\mathrm{AB} \left(\mathrm{AC} + \frac{1}{2} \mathrm{A'C'} \right) + \mathrm{A'B'} \left(\mathrm{A'C'} + \frac{1}{2} \mathrm{AC} \right) \right];$$

$h =$ distance des faces ABC, A′B′C′. (Mascheroni.)

575. Soient

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

$$lx + my + nz = 0,$$

les équations d'une ellipse dans l'espace; les axes principaux de cette ellipse sont les racines de l'équation

$$\frac{l^2 a^2}{z^2 - a^2} + \frac{m^2 b^2}{z^2 - b^2} + \frac{n^2 c^2}{z^2 - c^2} = 0.$$

(Sedley Taylor.)