

CHARLES KESSLER

**Seconde solution de la question 493**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 19  
(1860), p. 83-85

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1860\\_1\\_19\\_\\_83\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__83_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

## SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 493

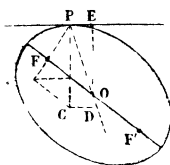
(voir p. 5);

PAR M. CHARLES KESSLER,  
Élève du Prytanée Militaire.

---

Soit  $P$  un point d'une conique,  $C$  le centre de courbure en  $P$ ,  $O$  le centre de la conique; par  $C$  on mène une parallèle à la tangente en  $P$ ; soit  $D$  le point où cette parallèle est rencontrée par le diamètre  $OP$ : on a  $CD$  égal au tiers du rayon de courbure de la développée en  $C$ .

(ABEL TRANSON.)



Soit une ellipse,  $O$  son centre,  $P$  un point quelconque,  $C$  le centre de courbure en ce point,  $FF'$  l'axe focal. Faisons la construction indiquée. Soit  $\rho$  le rayon de courbure  $CP$  au point  $P$  de l'ellipse. On sait que,  $OE$  étant la perpendiculaire abaissée du centre sur la tangente  $PE$ ,

(Méthodes en géométrie de M. P. Serret)

$$\rho = \frac{b'^2}{OE} = \frac{b'^3}{ab},$$

en posant

$$OP = a',$$

et le demi-diamètre conjugué =  $b'$ ; car on calcule facilement OE en fonction du rayon vecteur

$$OE = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 - a'^2}} = \frac{ab}{b'}.$$

Désignons par  $\alpha$  l'angle CPD, on a (triangle PCD)

$$(1) \quad CD = \rho \operatorname{tang} \alpha = \rho \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}.$$

Or, dans le triangle OPE on a

$$OE = a' \cos \alpha,$$

d'où

$$\cos \alpha = \frac{OE}{a'} = \frac{ab}{a' b'},$$

et, par conséquent, substituant dans l'équation (1),

$$CD = \frac{b'^3}{ab} \frac{\sqrt{1 - \frac{a^2 b^2}{a'^2 b'^2}}}{\frac{ab}{a' b'}} = \frac{b'^3}{a^2 b^2} \sqrt{a'^2 b'^2 - a^2 b^2},$$

Désignons maintenant par  $\rho'$  le rayon de courbure de la développée en C. On sait que

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{1}{3} \frac{\rho'}{\rho},$$

d'où

$$\rho' = 3\rho \operatorname{tang} \alpha,$$

( 85 )

et substituant les valeurs trouvées de  $\rho$  et de  $\tan \alpha$ , on a

$$\rho' = 3 \text{ CD},$$

car

$$\rho \tan \alpha = \text{CD},$$

donc on a bien

$$\text{CD} = \frac{\rho'}{3}.$$

C. Q. F. D.

Pour l'hyperbole, on changera  $b^2, b'^2$  en  $-b^2, -b'^2$ , et on aura le même résultat.