

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 19 (1860), p. 43-46

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__43_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

498. On donne, 1° une droite fixe; 2° un point B sur cette droite; 3° un point fixe A. Trouver une courbe telle, qu'en menant par un point quelconque pris sur cette courbe une tangente, et par le point A une parallèle à cette tangente, ces deux droites interceptent sur la droite fixe deux segments, comptés du point B, tels, que la somme des carrés de ces segments soit égale à un carré donné k^2 . Mêmes données, mais prenant la différence des carrés; ou bien le produit des segments, ou bien la somme des inverses des segments égale à une constante donnée.

499. Soient: 1°. A, B, C, D quatre droites dans un même plan, et m, o, l, s quatre points fixes dans ce plan; par m menons une droite quelconque coupant C et D aux points c et d ; par c et o menons la droite co coupant A et B aux points a et b ; par a et l menons la droite al et par c et s la droite cs ; l'intersection p des droites al et cs décrit une ligne du troisième ordre.

2°. Soit un quadrilatère plan variable ABCD; o, p, q, r quatre points fixes; o est sur AB, p sur BC, q sur CD, r sur DA. Les sommets opposés A et C sont sur deux droites fixes données dans le plan du quadrilatère; les sommets opposés B, D décrivent des lignes du troisième ordre.

500.

$$x = \sqrt[6]{2} + \sqrt[3]{2} + \sqrt{2}, \quad x^6 = 6x^4 + 28x^3 + 18x^2 - 12x + 2,$$

$$x = \sqrt[5]{2} + \sqrt[5]{4}, \quad x^4 = 10x^2 + 10x + 6,$$

$$x = \sqrt[5]{\frac{\beta^2}{\alpha}} + \sqrt[5]{\frac{\alpha^3}{\beta}}, \quad x^5 = 5\alpha x^2 + 5\beta x + \frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\alpha^3}{\beta}.$$

(EULER.)

501. Par un point fixe M pris sur une conique, on mène une tangente; soit T un point quelconque pris sur cette conique; TN une seconde tangente et N le point de contact; au point T on élève une perpendiculaire sur la tangente TN ; elle sera rencontrée en R par la perpendiculaire abaissée de N sur la tangente fixe TM . Quel est le lieu du point R ?

502. Par un foyer d'une ellipse on mène une corde AB ; par le point de rencontre des deux normales en A et B , on mène une parallèle au grand axe; cette parallèle passe par le milieu de AB .

503. Déterminer les six racines rationnelles de cette équation

$$(a^5 - a)^4 (x^4 + 14x + 1)^3 = (a^5 + 14a^4 + 1)x(x-1)^4.$$

ABEL.

504. $AB = 2R =$ diamètre d'un cercle de centre K ;

$O =$ un point sur le diamètre AB ;

$KO = a$;

$P =$ un point de la circonférence;

Angle $PAB = \beta$;

Angle $POB = \psi$.

On a

$$\sin \psi = \frac{R \sin 2\beta}{\sqrt{(R+a)^2 \cos^2 \beta + (R-a)^2 \sin^2 \beta}},$$

$$\frac{2d\beta}{\sqrt{(R+a)^2 \cos^2 \beta + (R-a)^2 \sin^2 \beta}} = \frac{d\psi}{\sqrt{R^2 \cos^2 \psi + (R^2 - a^2) \sin^2 \psi}},$$

fonction elliptique.

JACOBI.

505. On connaît les levers et les couchers du Soleil en temps moyen à Paris; en déduire les mêmes données pour le 1^{er} de chaque mois de 1860 à Alger (*).

(*) Ces données très-utiles, surtout pour les Arabes, manquent dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes.

506. Deux points parcourent chacun une droite, et dans le même plan. Soient e , ν l'espace parcouru et la vitesse du premier point au bout du temps t ; e_1 , ν_1 les mêmes données pour le second point: si l'on a la relation

$$\nu(a_1 + b_1 e_1) = \nu_1(a + b e),$$

où les a et les b sont des constantes, la droite qui réunit les points au même instant a pour enveloppe une conique; en indiquer le genre et l'espèce.

507. n_p nombre de combinaisons de n éléments pris p à p sans répétition et n'_p avec répétition. On a

$$\begin{aligned} n'_p - n_1(n-1)'_p + n_2(n-2)'_p - n_3(n-3)'_p + \dots \\ + (-1)^n n_{n-1}(1)'_p = (n-1)_{p-1}. \end{aligned}$$

508. k est un nombre entier positif;

$\sum_0^n f(k)$ est la somme d'une fonction de k , où k prend

successivement les valeurs $0, 1, 2, 3, \dots, n$;

n_k coefficient de x^k dans le binôme $(1+x)^n$;

$n!$ produit continu $1.2.3 \dots n$.

Si $f(k) = (-1)^k n_k k^{n+1}$, on a

$$\sum_0^n f(k) = n! \frac{n \cdot n + 1}{2}.$$

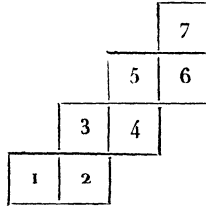
(DURÈGE, de Zurich.)

509. Soient p et q deux nombres donnés; p_1 la moyenne arithmétique, q_1 la moyenne géométrique; p_2 la moyenne arithmétique de p_1, q_1 ; q_2 leur moyenne géométrique, et ainsi de suite, de sorte que p_{n+1}, q_{n+1} sont les moyennes arithmétique et géométrique de $p_n,$

q_n . Quelle est la valeur de p_∞ et démontrer que $p_\infty = q_\infty$.
GAUSS.

510. Par les trois extrémités des axes principaux d'un ellipsoïde, on mène trois cordes parallèles; on projette chacune de ces cordes sur l'axe d'où elle part; on divise cette projection par l'axe sur lequel elle se trouve; la somme des trois quotients est constante.

511. Soient sept carrés égaux liés de telle sorte



chaque carré peut tourner à charnière seulement autour de la droite qui lui est commune avec le carré voisin; le carré 1 ne pourra prendre une position quelconque qu'envers le carré 7, et pas envers les autres carrés. Ainsi, si le carré 1 est maintenu fixe, il n'y a que le carré 7 qui soit entièrement libre. (MÖBIUS.)

512. Lorsqu'un corps peut tourner autour de six axes *indépendants*, on peut le faire tourner autour d'un axe quelconque. (MÖBIUS.)

513. Lorsqu'on donne un nombre de droites plus grand que six, il est toujours possible de trouver des forces qui, agissant suivant ces droites, se fassent équilibre; lorsque le nombre de droites est moindre, cette possibilité exige encore certaines conditions. (MÖBIUS.)