

EUGÈNE FORESTIER

Solution de la question 530

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 19
(1860), p. 418-419

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__418_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 530

(voir p. 247);

PAR M. EUGÈNE FORESTIER,
Elève du lycée Saint-Louis,

ET MM. VANNIER (Bourg-la-Reine) ET SIACCHI (Rome).

La question 530 doit être rectifiée de la manière suivante :

$$(1) \quad \frac{\sin P}{\sin \varphi} = \operatorname{tang} \varphi,$$

d'où

$$\operatorname{tang} \frac{P - \varphi}{2} \cot \frac{P + \varphi}{2} = \operatorname{tang} (\varphi - 45^\circ).$$

En effet, l'égalité (1) peut s'écrire

$$\frac{\sin P}{\operatorname{tang} \varphi} = \frac{\sin \varphi}{1},$$

ce qui donne

$$\frac{\sin P}{\operatorname{tang} \varphi} = \frac{\sin P + \sin \varphi}{1 + \operatorname{tang} \varphi} = \frac{\sin P - \sin \varphi}{\operatorname{tang} \varphi - 1},$$

d'où

$$\frac{\sin P - \sin \varphi}{\sin P + \sin \varphi} = \frac{\operatorname{tang} \varphi - 1}{1 + \operatorname{tang} \varphi},$$

et en vertu de transformations connues

$$\frac{\operatorname{tang} \frac{P - \varphi}{2}}{\operatorname{tang} \frac{P + \varphi}{2}} = \frac{\operatorname{tang} \varphi - 1}{1 + \operatorname{tang} \varphi};$$

mais

$$1 = \operatorname{tang} 45^\circ,$$

donc

$$\frac{\operatorname{tang} \varphi - 1}{1 + \operatorname{tang} \varphi} = \frac{\operatorname{tang} \varphi - \operatorname{tang} 45^\circ}{1 + \operatorname{tang} \varphi \operatorname{tang} 45^\circ} = \operatorname{tang} (\varphi - 45^\circ).$$

Par conséquent

$$\operatorname{tang} \frac{P - \varphi}{2} \cot \frac{P + \varphi}{2} = \operatorname{tang} (\varphi - 45^\circ).$$

On ne pourra donc avoir en même temps

$$\operatorname{tang} \frac{P - \varphi}{2} \operatorname{tang} \frac{P + \varphi}{2} = \operatorname{tang} (\varphi - 45^\circ),$$

que si

$$P + \varphi = \frac{\pi}{2} (1 + 4k),$$

k étant un nombre quelconque.

Note. M. Dellac, professeur à Amiens, fait observer que ce problème est consigné dans tous les Traités de Trigonométrie. Gauss se sert fréquemment de cette transformation dans son célèbre Traité.