

## **Théorèmes sur les cercles qui touchent les côtés d'un triangle**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 19  
(1860), p. 354-355

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1860\\_1\\_19\\_\\_354\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__354_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

## THÉORÈMES SUR LES CERCLES QUI TOUCHENT LES CÔTÉS D'UN TRIANGLE.

---

Le cercle qui touche intérieurement un triangle donne lieu à *trois points de contact intérieurs* et les trois cercles qui touchent extérieurement donnent lieu à *trois points de contact extérieurs*.

*Théorème I.* Les trois droites qui vont des sommets aux points de contact intérieurs des côtés opposés se coupent en un *même point*; ce point, le centre du cercle intérieur, le centre de gravité de l'aire du triangle sont sur une *même droite*. Ce dernier point tombe entre les deux autres et partage leur intervalle dans le rapport de 1 : 2.

*Théorème II.* Les trois droites qui vont des sommets aux *points de contact intérieurs* se coupent en un même point I.

Les trois droites qui vont respectivement des centres des cercles extérieurs aux points *milieux* des côtés du triangle qu'ils touchent se coupent en un même point  $I_1$  ;

les points  $I$ ,  $I_1$  et le centre de gravité de l'aire sont sur une même droite, et ce centre partage l'intervalle entre  $I$  et  $I_1$  dans le rapport de  $1 : 2$ .

*Théorème III.* Les perpendiculaires abaissées des centres des cercles extérieurs sur les côtés du triangle qu'ils touchent, se coupent en un même point également éloigné de ces trois centres; ce point, le centre du cercle inscrit, le centre du cercle circonscrit sont sur une même droite et ce dernier point est au milieu des deux autres points.

*Théorème IV.* Prenons deux cercles extérieurs  $E_1$ ,  $E_2$ , le cercle intérieur  $I$ ; du centre de  $E_1$  abaissons une perpendiculaire sur le côté correspondant à  $E_2$ ; du centre  $E_2$  une perpendiculaire sur le côté correspondant à  $E_1$ , et du centre de  $I$  une perpendiculaire sur le troisième côté: ces trois perpendiculaires se coupent en un même point également éloigné des trois centres des cercles  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $I$ .

Ce point, le centre du cercle extérieur  $E_3$ , le centre du cercle circonscrit au triangle, sont sur une même droite, et le dernier point est au milieu des deux autres.

*Théorème V.* Soit le triangle  $ABC$ . Le cercle  $E$  touche  $BC$  (opposé à  $A$ ) prolongé, en  $e_1$ ; le cercle  $E_2$  touche  $AC$  (opposé à  $B$ ) prolongé, en  $e_2$ ; le cercle intérieur  $I$  touche  $AB$  (opposé à  $C$ ), en  $i_1$ ; les trois droites  $Ae_1$ ,  $Be_2$ ,  $Ci_1$  se coupent en un même point; ce point, le centre du cercle qui touche  $AB$  extérieurement et le centre de gravité sont sur une même droite, et ce dernier point partage l'intervalle entre les deux premiers dans le rapport de  $1 : 2$ .

Ces théorèmes sont énoncés par M. Nagel, recteur de l'École Industrielle (*Real-Schule*) à Ulm.