

GARCET

**Théorème sur le binôme de Newton pour
l'exposant entier et positif**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 19
(1860), p. 32-33

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__32_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**THÉORÈME SUR LE BINÔME DE NEWTON POUR L'EXPOSANT
ENTIER ET POSITIF (*) ;**

PAR M. GARCET,
Capitaine du génie.

Si l'on décompose la série des coefficients du binôme de Newton en trois parties, en prenant les termes de trois en trois, deux de ces sommes sont égales et la troisième surpasse les deux autres ou en est surpassée d'une unité.

Ainsi appelons s_1 , s_2 , s_3 ces trois sommes

$$s_1 = 1 + \frac{m \cdot \overline{m-1} \cdot \overline{m-2}}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{m \cdot \overline{m-1} \dots \overline{m-5}}{1 \cdot 2 \dots 6} + \dots,$$

$$s_2 = m + \frac{m \cdot \overline{m-1} \cdot \overline{m-2} \cdot \overline{m-3}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{m \cdot \overline{m-1} \dots \overline{m-6}}{1 \cdot 2 \dots 7} + \dots,$$

$$s_3 = \frac{m \cdot \overline{m-1}}{1 \cdot 2} + \frac{m \cdot \overline{m-1} \cdot \overline{m-2} \cdot \overline{m-3} \cdot \overline{m-4}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{m \cdot \overline{m-1} \dots \overline{m-7}}{1 \cdot 2 \dots 8} + \dots,$$

on a égalité à l'unité près entre ces trois sommes.

(*) A démontrer.

Comme on sait ensuite que

$$s_1 + s_2 + s_3 = 2^m,$$

on peut spécifier quelles sont les sommes égales suivant la nature de l'exposant m , ainsi qu'il suit :

Si

$$m = 6n,$$

$$m = 6n + 1,$$

$$m = 6n + 2,$$

$$m = 6n + 3,$$

$$m = 6n + 4,$$

$$m = 6n + 5,$$

on a respectivement

$$s_2 = s_3 = s_1 - 1 = \frac{2^m - 1}{3},$$

$$s_1 = s_2 = s_3 + 1 = \frac{2^m + 1}{3},$$

$$s_3 = s_1 = s_2 - 1 = \frac{2^m - 1}{3},$$

$$s_2 = s_3 = s_1 + 1 = \frac{2^m + 1}{3},$$

$$s_1 = s_2 = s_3 - 1 = \frac{2^m - 1}{3},$$

$$s_3 = s_1 = s_2 + 1 = \frac{2^m + 1}{3}.$$