Nouvelles annales de mathématiques

Théorèmes de géométrie segmentaire ; d'après O. Hermes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 19 (1860), p. 26-28

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__26_1>

THÉORÈMES DE GÉOMÉTRIE SEGMENTAIRE;

D'APRÈS O. HERMES.

CRELLE, t. LIV, p. 205; 1859.

1. Soient ABCD un tétraèdre coupé par un plan transversal T, et

δ	droite d'intersection de		ABC et T,
γ	»		ABD et T,
β	»		ACD et T,
α	»		BCD et T,
D'	pôle de δ	relatif à	ABC,
C'		»	ABD,
B'		»	ACD,
A'		»	BCD;

(*) *Voir* t. XVI, p. 368.

les quatre droites AA', BB', CC', DD' se coupent au même point P; ce point est le pôle du plan I relativement au tétraèdre ABCD,

$$lt + mu + nv + pw = s, \quad \text{équation du plan T};$$

$$lt = mu = nv = pw, \quad \text{équation du point P}.$$

Lorsque le plan T est à l'infini, le pôle est au centre de gravité du tétraèdre (pour le triangle, voir *Bulletin*, t. V, p. 67).

2. Soient une série de triangles ayant un sommet commun, et dont les bases sont sur une seule et même droite; les pôles d'une transversale coupant ces triangles relativement à chaque Δ sont sur une même droite.

3. Soit un tétraèdre ABCD coupé par un cinquième plan T; on a un *pentaèdre* (fünfflach) : ce cinquième plan T coupe BCD suivant la droite α; nommons le plan qui passe par A et la droite α un *plan diamétral*; ce plan diamétral coupe les faces ABC, ABD, ACD suivant trois droites passant par A et la face BCD suivant la droite α: on a ainsi trois triangles ayant le sommet commun α et leurs bases sur la même droite α; nommons ces triangles *triangles diamétraux*.

Théorème. Si l'on coupe un pentaèdre par un plan P, ce plan coupe un plan diamétral suivant une droite; si l'on prend les pôles de cette droite relativement aux trois triangles diamétraux, ils sont sur une même droite; on obtient ainsi quatre droites, fournies par les quatre sommets ADCD, et ces quatre droites appartiennent au même hyperboloïde.

4. *Théorème*. Si, dans un hexaèdre, les trois droites d'intersection des couples de plans opposés sont dans un

même plan, les trois diagonales de l'hexaèdre se coupent suivant un même point.

5. Si sur quatre droites d'un hyperboloïde à une nappe on prend respectivement sur chacun deux points, soient a, α, b, β, c, γ, d, δ, les quatre faces homonymes des deux tétraèdres $abcd$, $\alpha\beta\gamma\delta$ se coupent suivant quatre droites éléments d'un hyperboloïde à une nappe. (CAYLEY.)

Si les quatre faces homonymes de deux tétraèdres $abcd$, $\alpha\beta\gamma\delta$ se coupent suivant quatre droites situées sur un même hyperboloïde à une nappe, les droites qui joignent les sommets homonymes sont aussi sur un tel hyperboloïde.