

HERMANN LAURENT

Sur les courbes à plusieurs points d'arrêt

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 19
(1860), p. 210-212

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1860_1_19__210_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1860, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

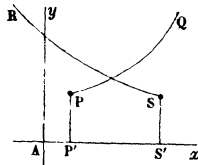
SUR LES COURBES A PLUSIEURS POINTS D'ARRÊT;

PAR M. HERMANN LAURENT,
Élève du lycée Napoléon (*).

Existe-t-il des courbes telles, qu'une même branche présente deux points d'arrêt?

1°. Soit une courbe PQ présentant un point d'arrêt

FIG. 1.



(*) Fils du célèbre chimiste prématurément enlevé à la science qu'il cultivait avec un esprit si philosophique.

en P, une autre courbe présentant un point d'arrêt en S, on pourra toujours placer ces courbes l'une par rapport à l'autre de telle sorte, que, si on les rapporte à deux axes rectangulaires Ax et Ay, les ordonnées de ces courbes correspondant à la même abscisse soient réelles et finies dans l'intervalle compris entre $x = AP'$ et $x = AS'$, abscisses des points d'arrêt des deux courbes. Alors soit $y = \varphi(x)$ l'équation de la première courbe, $y = \psi(x)$ l'équation de la seconde; la courbe représentée par

$$y = A\varphi(x) + B\psi(x)$$

présentera deux points d'arrêt, l'un pour $x = AP'$, l'autre pour $x = AS'$.

Il est clair que la courbe $y = \psi(x)$ peut être remplacée par la courbe $y = \varphi(x)$ placée dans une position différente. En suivant cette règle, on forme les exemples suivants :

$$y = \frac{1}{lx} + \frac{1}{l(a-x)} \quad 0 < a < 1,$$

$$y = \frac{1}{lx} - \frac{1}{l(a-x)} \quad "$$

$$y = \frac{1}{lx} + \sin \sqrt{a-x} \quad "$$

Si dans la dernière courbe on prend le radical avec le double signe, on a deux branches de courbe inégales présentant chacune deux points d'arrêt.

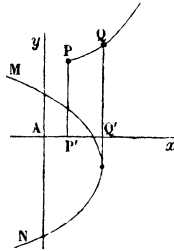
2°. On peut encore obtenir le même résultat de la manière suivante :

Considérons une courbe MN quelconque telle, qu'une même valeur de x fournisse deux valeurs différentes pour y , et de plus située d'un même côté de l'ordonnée QQ'; soit $y = f(x)$ son équation.

Considérons en second lieu une courbe $y = \varphi(x)$

présentant un point d'arrêt en P, le point P ayant une

FIG. 2.



abscisse telle, que $f(x)$ reste réel quand x varie de AP' à AQ' .

Prenons la courbe $y = f(x)$ et augmentons ses ordonnées de $A\varphi(x)$, nous aurons une courbe présentant deux points d'arrêt sur la même branche.

Exemples :

$$y = \sqrt{x} + e^{\sqrt{x}}, \quad y = \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} + \frac{1}{lx} Ka, \dots$$

3°. Il arrive quelquefois que les courbes $y = \varphi(x)$ présentant un point d'arrêt ont une asymptote parallèle à l'axe des y ; en transportant alors l'origine sur l'axe des y de manière que le point d'arrêt ne soit pas sur l'axe des x , on a une équation telle que $y = a + \varphi(x)$, et alors la courbe

$$y = \frac{1}{b + \varphi(x)}$$

présente deux points d'arrêt.

Exemples :

$$y = \frac{1}{b + \frac{1}{lx}}, \quad y = \frac{1}{1 + e^{\tan x}}$$

La courbe $y = \frac{1}{1 + e^{\tan x}}$ se compose d'une infinité de branches présentant deux points d'arrêt.