

LE BESGUE

Remarques sur quelques séries (suite)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 18 (1859), p. 460-461

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__460_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1859, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

REMARQUES SUR QUELQUES SÉRIES (suite)

(voir page 459);

PAR M. LE BESGUE.

7. Si dans le développement de e^x on change x en $x\sqrt{-1}$, on trouve, au moyen des formules (5) qui reviennent à

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \dots,$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \dots,$$

l'équation

$$e^{x\sqrt{-1}} = \cos x + \sqrt{-1} \cdot \sin x;$$

de même en changeant x en $-x\sqrt{-1}$, on trouve

$$e^{-x\sqrt{-1}} = \cos x - \sqrt{-1} \cdot \sin x,$$

et par suite

$$\cos x = \frac{1}{2} \{ e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}} \},$$

$$\sin x = \frac{1}{2\sqrt{-1}} \{ e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}} \}.$$

Ces expressions, où les imaginaires se détruisent, conduisent très-brièvement à des résultats qui demanderaient de longs calculs, si l'on voulait éviter l'emploi des imaginaires, symboles d'une grande utilité, qui voient à la vérité les opérations pour n'en montrer que les résultats.

8. Les formules (8) de l'article 4 peuvent se mettre

sous la forme

$$Cx = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}),$$

$$Sx = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x});$$

de là

$$C(x \pm y) = Cx.Cy \pm Sx.Sy,$$

$$S(x \pm y) = Sx.Cy \pm Cx.Sy,$$

et une foule d'autres.

L'expression Cx est un *cosinus hyperbolique*, Sx est un *sinus hyperbolique*. On voit que ce sont les coordonnées d'un certain point de l'hyperbole équilatère dont l'équation est

$$x^2 - y^2 = 1.$$

On a formé des Tables pour ces sinus et cosinus et pour leurs logarithmes. Elles résolvent des problèmes analogues à ceux dont la solution se tire des Tables trigonométriques ordinaires. Un exemple très-simple est la résolution de l'équation du troisième degré pour le cas d'une seule racine réelle. Chacun le développera facilement.

N. B. A la page 433, ligne 3 en remontant, il y a une faute de signe, il faut lire $-\frac{e}{\Pi 1. \Pi 2m}$.

A la page 435, ligne 10, *au lieu de* un arc de la courbe, *il faut lire* l'arc de la courbe compris entre le sommet et le point dont les coordonnées sont x_1 et y_1 .