Travail dans la poulie mobile (voir t. XVI, p. 344) ; d'après M. Buch

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 18 (1859), p. 363-365

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__363_0>

TRAVAIL DANS LA POULIE MOBILE

(voir t XVI, p 344),

D'APRÈS M. BUCH.

Note. Beaucoup de fautes typographiques défigurant cet excellent article, nous jugeons utile de le reproduire; nous conservons la même figure.

1. *Notations*. α $=$ angle de la puissance P et de la verticale Q;

ω $=$ angle du chemin élémentaire OO′ et de la verticale;

s $=$ le chemin élémentaire OO′;

H′O $=$ chemin élémentaire de la résistance $= s\cos\omega$.

Donc

$$Q.H'O = Qs\cos\omega = \text{trav. elem de } Q;$$

la différence des deux chemins FA + arc AB + BE et FA′ + arc A′B′ + B′E est

$$FA - FA' + \text{arc } AB - \text{arc } A'B' + BE - B'E;$$

l'arc GK est égal à l'arc AB; donc cette dernière différence est égale à

$$FA - FA' + \text{arc } GK - \text{arc } A'B' + BE - B'E = l$$

mais

$$\text{arc } GK - \text{arc } A'B' = \text{arc } GA' + \text{arc } B'K,$$

donc cette différence devient

$$FA - FA' + \text{arc } GA' + \text{arc } B'K + BE - B'E = l$$

Soit C la projection orthogonale de A′ sur FA, FA et

FA′ étant infiniment rapprochés, car le mouvement est élémentaire; on a

$$FA' = FC \quad \text{et} \quad FA - FA' = AC,$$

et, par la même raison,

$$BE - B'E = BD,$$

où D est la projection de B′ sur EB.

Soit M la projection de G sur FA; la tangente en G est parallèle à FA, et cette tangente coïncide avec l'arc *élémentaire* A′G; donc

$$\text{arc}\,GA' = CM, \quad \text{et} \quad FA - FA' + \text{arc}\,GA' = AC + CM = AM.$$

On démontre de même que

$$BE - B'E + \text{arc}\,B'K = BD + DN = BN,$$

où N est la projection de K sur EB.

Ainsi, la différence de ci-dessus devient

$$AM + BN = l,$$

où AM est la projection du chemin élémentaire OO′ sur FA. AM et OO′ faisant avec la verticale des angles α et ω, l'inclinaison de AM sur OO′ est $\alpha + \omega$; donc

$$AM = OO' \cos(\alpha + \omega) = s \cos(\alpha + \omega),$$

et, de même,

$$BN = OO' \cos(\alpha - \omega) = s \cos(\alpha - \omega);$$

donc

$$AM + BN = 2s \cos\alpha \cos\omega = l.$$

Le travail *élémentaire* de P est donc

$$Pl = 2P \cos\alpha \,.\, s \cos\omega:$$

or l'équation d'équilibre donne

$$Q = 2P \cos\alpha;$$

donc

$$P\,l = Q \cos \alpha,$$

c'est-à-dire le travail *élémentaire* de P est égal au travail élémentaire de Q. C. Q. F. D.

On voit que la même démonstration aurait lieu, si la poulie était une courbe quelconque, et si le déplacement était infiniment petit.