BELLAC

Solution de la question 472

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 18 (1859), p. 350-351

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__350_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 472

(voir p. 170);

PAR M. BELLAC,
Élève du lycée de Caen (classe de M. Toussaint).

Les hauteurs d'un tétraèdre sont les génératrices d'un même hyperboloïde à une nappe.

Soient ABCD le tétraèdre, AH_1, BH_2, CH_3, DH_4 les quatre hauteurs de ce tétraèdre.

Par l'arête AB faisons passer un plan perpendiculaire à la face opposée ACD, il contiendra la hauteur BH_2; de même par les deux autres arêtes AC, AD aboutissant au même sommet A je fais passer deux plans perpendiculaires aux faces opposées, ils contiennent les hauteurs CH_3, DH_4 : mais ces trois plans se coupent suivant une même droite; donc cette droite rencontre les trois hauteurs BH_2, CH_3, DH_4. Du reste, elle rencontre la quatrième hauteur AH_1, puisqu'elle passe par le point A, qui est commun aux trois plans; il s'ensuit que les quatre hauteurs sont rencontrées par une même droite aboutissant au sommet A. On démontrerait de même qu'elles sont rencontrées par trois autres droites partant des sommets BCD. Les quatre hauteurs sont donc rencontrées par quatre droites, dont deux ne sont pas dans le même plan (car si elles étaient dans le même plan, les hauteurs seraient aussi dans le même plan); donc ces hauteurs sont situées sur un hyperboloïde. C. Q. F. D.

Corollaire. Ceci montre que si l'on construit des parallélipipèdes sur les hauteurs prises trois à trois, les centres de ces parallélipipèdes se confondent en un seul point, qui est le centre de l'hyperboloïde.

Note du Rédacteur. Les projections des trois hauteurs partant de B, C, D sur le plan BCD, se rencontrent en un même point; la perpendiculaire élevée par ce point au plan BCD rencontre donc les trois hauteurs, et aussi la quatrième à l'infini; les quatre faces fournissent donc chacune une droite rencontrant les quatre hauteurs; donc, etc. C'est la démonstration de M. Joachimsthal, et il en déduit que le centre de l'hyperboloïde, le centre de gravité du tétraèdre et le centre de la sphère circonscrite sont sur une même droite.

Il est facile de trouver encore d'autres éléments de l'hyperboloïde.