Exercices sur les courbes planes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 18 (1859), p. 348-350

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__348_1>

EXERCICES SUR LES COURBES PLANES.

1. $$x^4 - ayx^2 + by^3 = 0,$$

l'origine est un point triple; les tangentes en ce point sont données par l'équation

$$ax^2y = by^3.$$

2. $$x^4 - 2ax^2y + 2x^2y^2 + ay^3 + y^4 = 0,$$

origine point triple; équation des tangentes

$$2x^2y = y^3.$$

3. $$ay^2 - y^3 \pm bx^2 = 0,$$

origine point double et isolé lorsque le signe est positif; équation des tangentes

$$ay^2 \pm bx^2 = 0.$$

4. $$(x^2 - a^2)^2 = ay^2(2y + 3a),$$

$$y = 0, \quad x - a = 0,$$

double point; équation des tangentes

$$4(x - a^2)^2 = 3y^2.$$

$$y = 0, \quad x + a = 0,$$

double point; équation des tangentes

$$4(x + a)^2 = 3y^2.$$

$$x = 0, \quad y + a = 0,$$

double point; équation des tangentes

$$2x^2 = 3(y + a)^2.$$

La courbe ne peut avoir d'autres points multiples.

5. $(by - cx)^2 = (x - a)^5$, $x = a$, $by = ac$,

point de rebroussement; la tangente rencontre en cinq points *consécutifs*.

6. $$x^4(x + b) = a^3y^2,$$

origine point double; la tangente rencontre en quatre points *consécutifs*. Il existe un point triple à l'infini, auquel la droite à l'infini est seulement tangente; la droite $x+b=0$ touche la courbe au point où elle rencontre l'axe des x, et aussi au point d'inflexion à l'infini.

7. $$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}+z^{\frac{2}{3}}=0,$$

ou bien

$$(x^2+y^2+z^2)^3=27x^2y^2z^2,$$

$$\left.\begin{array}{l} x=0, \\ y^2+z^2=0, \end{array}\right\} \text{ point double;} \quad x=0 \text{ tangente.}$$

$$\left.\begin{array}{l} y=0, \\ x^2+z^2=0, \end{array}\right\} \quad \text{»}$$

$$\left.\begin{array}{l} z=0, \\ z^2+y^2=0, \end{array}\right\} \quad \text{»}$$

Ces six points sont six points de rebroussement. Il y a encore quatre autres points doubles *isolés*, donnés par les équations

$$x\pm y=0,$$
$$x\pm z=0.$$