NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

CHABIRAND

Solution de la question 471

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 18 (1859), p. 248-249

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__248_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 471

(voir p. 170),

PAR M. CHABIRAND,
Élève de l'institution Sainte-Barbe.

La proposition est applicable à une surface quelconque du second degré.

En général, si par une conique on fait passer des surfaces du second ordre qui coupent un plan suivant des cercles, tous ces cercles ont pour axe radical commun l'intersection de leur plan avec le plan de la conique.

Pour le démontrer, je prendrai pour plan des xy le plan des cercles, pour plan des yz le plan de la conique et pour plan des zx un plan quelconque que je choisirai tel, qu'il rencontre le plan des xy suivant une perpendiculaire à l'axe des y.

Alors la conique a pour équations

$$x = 0, \quad f(y, z) = 0,$$

$f(y, z)$ désignant une fonction du second degré.

Toutes les surfaces du second degré menées par cette conique peuvent être représentées par l'équation

$$f(y, z) + x(ax + by + cz + d) = 0,$$

a, b, c, d étant des coefficients arbitraires dont deux peuvent être déterminés par la condition que la trace de la surface sur le plan des xy soit un cercle.

Or l'équation de cette ligne est de la forme

$$Ay^2 + bxy + ax^2 + Dy + dx + F = 0.$$

Cette équation devant représenter un cercle, on a

$$a = A, \quad b = 0.$$

Les cercles suivant lesquels le plan des xy est coupé par les surfaces du second degré menées par la conique considérée ont donc pour équation générale

$$y^2 + x^2 + Py + \lambda x + Q = 0,$$

P et Q étant des constantes et λ une indéterminée.

Il résulte immédiatement de cette équation que tous les cercles qu'elle représente ont pour axe radical commun l'axe des y, c'est-à-dire l'intersection du plan de la conique avec le plan des cercles.

Note. La question 479 est un double emploi; elle a déjà été proposée (t. II, p. 327) et résolue par M. Mention (t. VI, p. 399).