Nouvelles annales de mathématiques

A.-A. Terquem

Solution de la question 465

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 18 (1859), p. 205-206

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__205_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 465

(voir t. XVIII, p. 117);

PAR M. A.-A. TERQUEM,
Elève du lycée Saint-Louis.

Solution. Je prends un des plans pour plan des xy, et l'arête pour axe des x et l'origine au point A. L'équation du premier plan est

$$z = 0;$$

soit

$$y = az$$

celle du second plan. Les équations d'une droite dans le plan xy sont

$$z = 0, \quad y = mx,$$

m étant le paramètre variable. Les équations de la droite perpendiculaire située dans le second plan sont

$$y = -\frac{1}{m}x, \quad y = az;$$

l'équation du plan qui passe par ces deux droites est

$$(1) \qquad mx - y + a(m^2 + 1)z = 0;$$

la dérivée par rapport à m est

$$(2) \qquad x + 2maz = 0;$$

éliminant m entre (1) et (2), on obtient

$$2azx^2 + 4a^2z^2y - az(x^2 + y^2) = 0,$$

et supprimant la solution $z = 0$,

$$x^2 + 4azy - y^2 = 0,$$

équation d'un cône ayant son sommet au centre.

L'équation de la normale au plan variable est

$$\frac{x}{m} = \frac{z}{a(m^2+1)} = -y;$$

éliminant m entre ces deux équations, nous aurons

$$ay(x^2+y^2)+zy^2=0,$$

ou, en supprimant le plan $y=0$, on a

$$a(x^2+y^2)+zy=0.$$

C'est aussi un cône rapporté au centre.

Nota. M. L. Brault (élève de l'Institution Barbet), prenant pour plans des coordonnées les plans bissecteurs des deux plans donnés, parvient aux mêmes résultats; au moyen d'une sphère, dont le centre est en A, on transforme le théorème en un autre relatif au triangle sphérique.