

Sur une surface engendrée par des normales

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 18
(1859), p. 192-193

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__192_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1859, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR UNE SURFACE ENGENDRÉE PAR DES NORMALES.

1. Soit

$$f = Py + Qx = 0$$

l'équation rendue homogène d'une surface; P et Q sont des fonctions entières de x, y, z, u , et les axes sont rectangulaires.

L'axe des z est sur la surface; car faisant

$$x = y = 0,$$

z reste indéterminé.

Soient x_1, y_1, z_1, u_1 les coordonnées d'un point de la surface, on aura

$$f_1 = P_1 y_1 + Q_1 x_1 = 0;$$

les indices indiquent des valeurs particulières.

L'équation du plan qui touche la surface au point désigné est

$$z \frac{df_1}{dz_1} + y \frac{df_1}{dy_1} + x \frac{df_1}{dx_1} + u \frac{df_1}{du_1} = 0.$$

Si le point de contact est sur l'axe des z , alors

$$x_1 = y_1 = 0,$$

et l'on a

$$\frac{df_1}{dz_1} = 0, \quad \frac{df_1}{dy_1} = P_1, \quad \frac{df_1}{dx_1} = Q_1, \quad \frac{df_1}{du_1} = 0.$$

Ainsi l'équation du plan tangent devient

$$P_1 y + Q_1 x = 0,$$

P_1 et Q_1 sont des fonctions de z_1 et u_1 .

(193)

Les équations de la normale à la surface au même point $x_1 = y_1 = 0$ sont, les axes étant rectangulaires,

$$z = 0, \quad P_1 y - Q_1 x = 0.$$

Donc l'équation de la surface formée par toutes les normales à la surface partant de tous les points de z est

$$P_1 y - Q_1 x = 0.$$

Toutes ces normales sont parallèles au plan xy ; c'est donc un conoïde de degré $r + 1$, si r désigne la plus haute puissance de z dans P_1 et Q_1 .

Si z ne monte qu'au premier degré dans P_1 et Q_1 , le conoïde devient un paraboloides hyperbolique. Ce théorème a été démontré par M. Chasles lorsque la surface donnée est réglée et de second degré (*Correspondance mathématique de Quételet*, p. 97, § 75, 1839).

Un paraboloides hyperbolique donne un second paraboloides hyperbolique, ce second produit un troisième rencontrant rectangulairement le second et est tangent au premier; de sorte que ce troisième reproduit le second et ainsi de suite.