

**Transformation des modules dans
les congruences du premier degré,
caractères de divisibilité des nombres
; d'après Bouniakowsky**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 18
(1859), p. 168-170

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__168_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1859, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**TRANSFORMATION DES MODULES DANS LES CONGRUENCES
DU PREMIER DEGRÉ,
Caractères de divisibilité des nombres ;
D'APRÈS BOUNIAKOWSKY.**

1. $N - r = p$, p est un nombre quelconque; cela veut dire que $N - r$ est divisible par p , et p est dit *module*; il s'agit de trouver r .

Soit

$$\begin{aligned} N &= (p + n)q_1 + r_1, & \text{ou } r_1 < p + n, \\ nq_1 &= (p + n)q_2 + r_2, & n \text{ nombre entier arbitraire,} \\ nq_2 &= (p + n)q_3 + r_3, \\ & \dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$nq_{m-1} = (p + n)q_m + r_m, \quad \text{ou } nq_m < p + n,$$

ainsi

$$(1) \begin{cases} N = (q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_m)p + r_1 + r_2 + r_3 + \dots + nq_m \\ \quad = (q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_m)p + N'. \end{cases}$$

Si N' est inférieur à p , on a

$$N' = r.$$

Si N' surpasse $p + n$, on le divise par p et on a le reste cherché r ; si p' surpasse encore $p + n$, on agit comme ci-dessus sur N , on parvient à

$$N'' = r'_1 + r'_2 + r'_3 + \dots + nq'_m,$$

ou

$$N' = p + N'', \quad \text{et } N'' < N';$$

et continuant de même on parvient à $N^{(\mu)}$ moindre que $p + n$.

2. Dans notre système de numération, on choisit n de manière que $p + n$ soit une puissance de 10; ce qui donne les restes à vue.

1°. *Exemple.* $p = 9$; faisant $n = 1$, $p + n = 10$, on tombe sur la règle connue; car les r sont les chiffres de N .

2°. $N = 3678912$, $p = 989$, prenons $n = 11$, de sorte que $p + n = 10^3$, alors

$$\begin{array}{r} 3678 = q_1; \\ \underline{3678} \\ 40,458 \\ \underline{40} \\ 440 \end{array} \qquad \begin{array}{l} r_1 = 912 \\ r_2 = 458 \\ r_3 = 440 \\ \hline r_1 + r_2 + r_3 = 1810 = 989 + 821 \end{array}$$

ainsi le reste de N divisé par 983 est 821

On a ainsi un caractère de divisibilité pour 989.

3. Prenons n négativement, alors

$$\begin{aligned} N &= (p - n)q_1 + r_1, \\ -nq_1 &= -(p - n)q_2 - r_2, \\ nq_2 &= (p - n)q_3 + r_3, \\ -nq_3 &= -(p - n)q_4 - r_4, \\ \pm nq_{m-1} &= \pm (p - n)q_m \pm r_m, \end{aligned}$$

d'où

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} N = (q_1 - q_2 + q_3 \pm q_m)p + r_1 + r_2 + r_3 + \dots \\ \pm r_m \mp nq_m. \end{array} \right.$$

On emploie cette formule lorsque p est trop éloigné d'une puissance de 10.

Soit, par exemple,

$$N = 732865, \quad p = 37,$$

on prendra

$$10^2 = 3.37 - 11,$$

7 3 2 8,6 5	$r_1 = 65, r_2 = 8$	
7 3 2 8	$r_3 = 66, r_4 = 48$	
8 0 6,0 8	$r_5 = 99, \quad 76$	$r'_1 = 55, r'_2 = 11$
8 0 6	230	11
88.6 6	— 76	43
8 8	1,54	37
9,6 8	11	6
9 9	11	

Ainsi le reste de la division est 6.

En effet,

$$732865 = 37 \cdot 19827 + 6.$$