Nouvelles annales de mathématiques

LEGRANDAIS

Troisième solution de la question 396

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 63-65

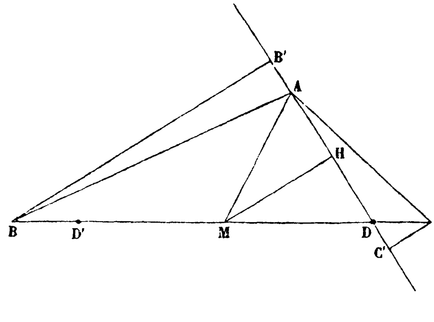
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__63_1>

TROISIEME SOLUTION DE LA QUESTION 396

(voir page 9),

PAR M. LEGRANDAIS,
Elève du lycee Louis-le-Grand (classe de M Vieille)

Par le sommet A d'un triangle plan ABC mener une



droite telle, que les perpendiculaires BB′, CC′ abaissées respectivement des sommets B et C sur cette droite forment deux triangles rectangles ABB′, ACC′ équivalents.

Soit le triangle ABC dont la médiane est AM. Je décris du point M comme centre, avec un rayon égal à AM, un arc de cercle qui coupe BC en D. Je dis que la droite AD satisfait à la question.

En effet, ce qu'il faut démontrer, c'est que

$$\frac{BB'}{CC'}=\frac{AC'}{AB'};$$

or les triangles semblables BB′D, CC′D donnent

$$\frac{BB'}{CC'}=\frac{B'D}{DC'},$$

Mais si je mène MH perpendiculaire à AD, le point M étant le milieu de BC, le point H est le milieu de B′C′, et l'on a

$$HB'=HC';$$

mais le triangle AMD étant isocèle, on a aussi

$$AH=HD.$$

Donc

$$AB'=DC'$$

et

$$AC'=B'D;$$

donc

$$\frac{BB'}{CC'}=\frac{AC'}{AB'}.$$

C. Q. F. D.

Comme l'arc de cercle décrit du point M comme centre, avec MA pour rayon, coupe BC en deux points D et D′, le problème admet deux solutions.

Lorsque le triangle ABC est isocèle, ces deux solutions subsistent; seulement les triangles deviennent égaux.

Lorsque le triangle est rectangle, les deux triangles construits par la méthode précédente s'annulent, car les droites AD et AD′ se confondent avec les côtés du triangle.

On voit, du reste, facilement dans ce cas que le problème n'admet pas de solution, à moins que le triangle rectangle ne soit isocèle, et alors il en admet une infinité.

Lorsque le triangle est isocèle, sans être rectangle, outre les deux solutions qu'on trouve pour un triangle quelconque, et qui subsistent encore dans ce cas, il y a une troisième solution donnée par la droite menée parallèlement à la base.