

GERONO

Notes sur quelques questions du programme officiel

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17 (1858), p. 46-48

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__46_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTES SUR QUELQUES QUESTIONS DU PROGRAMME OFFICIEL.

VIII.**COMPLÉMENT DE TRIGONOMÉTRIE RECTILIGNE.**

J'aleurs des sinus et cosinus des arcs $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \dots, \frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{10}, \dots$

Le côté du décagone régulier inscrit dans la circonférence est égal à la plus grande partie du rayon divisé en moyenne et extrême raison. Construction géométrique. (Extrait du Programme officiel.)

En lisant cet énoncé, on pourrait croire qu'il s'agit de trouver, d'abord, la valeur du sinus de $\frac{\pi}{10}$, et d'en conclure, ensuite, que le côté du décagone régulier inscrit est égal à la plus grande partie du rayon divisé en moyenne et extrême raison; mais la question a été autrement entendue dans les Traités de Trigonométrie rédigés conformément au Programme, car la valeur du sinus de $\frac{\pi}{10}$ a été déduite de celle du côté du décagone régulier inscrit. Quant à la détermination de la valeur du côté du décagone, quelques auteurs se bornent à dire, en Trigonométrie: « Le côté du décagone régulier est égal, comme on sait, etc. » Je ferai observer qu'on n'en sait rien, si l'enseignement de la géométrie élémentaire a été, en tout, conforme au Programme officiel (*).

* Au sujet de l'inscription des polygones réguliers dans le cercle, le programme de la géométrie élémentaire est d'une grande précision, il n'y a pas deux manières de l'entendre. Voici ce qu'on y trouve « Inscrite

D'autres auteurs, et ceux-là me semblent s'être mieux conformés à l'esprit du Programme, expliquent en trigonométrie comment on inscrit un décagone régulier dans le cercle.

Au reste, on peut trouver directement le sinus de $\frac{\pi}{10}$ au moyen du calcul suivant :

Les deux arcs $\left(3 \cdot \frac{\pi}{10}\right)$, $\left(2 \cdot \frac{\pi}{10}\right)$ étant complémentaires, on a

$$\sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{10}\right) = \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{10}\right).$$

Mais

$$\sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{10}\right) = 3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) - 4 \cdot \sin^3\left(\frac{\pi}{10}\right),$$

et,

$$\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{10}\right) = 1 - 2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right).$$

Donc

$$3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) - 4 \cdot \sin^3\left(\frac{\pi}{10}\right) = 1 - 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right),$$

d'où

$$4 \sin^3\left(\frac{\pi}{10}\right) - 2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right) - 3 \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) + 1 = 0.$$

D'après cela on voit que $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$ est racine de l'équation

$$4x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = 0.$$

Cette équation est évidemment vérifiée par $x = 1$. En divisant le premier membre par $x - 1$, on trouve l'équation

$$4x^2 + 2x - 1 = 0,$$

dans un cercle de rayon donné un carré, un hexagone régulier. » Il n'y est nullement question du décagone régulier.

qui donne

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}.$$

La racine positive $\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$ est le sin de $\frac{\pi}{10}$. La racine négative $\frac{-1 - \sqrt{5}}{4}$, changée de signe, est le sinus de $\frac{3\pi}{10}$, ou le cosinus de $\frac{\pi}{5}$, comme il est facile de s'en assurer.

G.
