

P. DE VIRIEU

Solutions des questions 440 et 442

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 393-394

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__393_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTIONS DES QUESTIONS 440 ET 442

(voir page 296),

PAR M. P. DE VIRIEU,
Régent à Saumur.

Les deux identités proposées peuvent se déduire d'une même formule qui peut servir à en trouver une infinité d'autres.

Soient x une variable positive entière qui peut être nulle; P_x une fonction déterminée de cette variable; i , n des nombres entiers positifs; en ajoutant membre à membre les n identités suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_x} - \frac{1}{P_{x+1}} &= \frac{P_{x+1} - P_x}{P_x P_{x+1}}, \\ \frac{1}{P_{x+1}} - \frac{1}{P_{x+2}} &= \frac{P_{x+2} - P_{x+1}}{P_{x+1} P_{x+2}}, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{1}{P_{x+n-1}} - \frac{1}{P_{x+n}} &= \frac{P_{x+n} - P_{x+n-1}}{P_{x+n-1} P_{x+n}}, \end{aligned}$$

on a l'identité

$$(A) \quad \frac{P_{x+n} - P_x}{P_x P_{x+n}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{P_{x+i} - P_{x+i-1}}{P_{x+i-1} P_{x+i}};$$

en posant successivement

$$\begin{aligned} P_x &= a_0 + a_1 + \dots + a_x, \\ P_x &= \text{tang}(a_0 + a_1 + \dots + a_x), \\ P_x &= \text{cot}(a_0 + a_1 + \dots + a_x), \\ P_x &= \log(a_0 + a_1 + \dots + a_x), \end{aligned}$$

on a

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{a_{x+1} + \dots + a_{x+n}}{(a_0 + \dots + a_x)(a_0 + \dots + a_{x+n})} \\ = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{a_{x+i}}{(a_0 + \dots + a_{x+i-1})(a_0 + \dots + a_{x+i})}, \end{array} \right.$$

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin(a_{x+1} + \dots + a_{x+n})}{\sin(a_0 + \dots + a_x) \sin(a_0 + \dots + a_{x+n})} \\ = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\sin a_{x+i}}{\sin(a_0 + \dots + a_{x+i-1}) \sin(a_0 + \dots + a_{x+i})}, \end{array} \right.$$

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin(a_{x+1} + \dots + a_{x+n})}{\cos(a_0 + \dots + a_x) \cos(a_0 + \dots + a_{x+n})} \\ = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\sin a_{x+i}}{\cos(a_0 + \dots + a_{x+i-1}) \cos(a_0 + \dots + a_{x+i})}, \end{array} \right.$$

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\log \left(\frac{a_0 + \dots + a_{x+n}}{a_0 + \dots + a_x} \right)}{\log(a_0 + \dots + a_x) \log(a_0 + \dots + a_{x+n})} \\ = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\log \left(\frac{a_0 + \dots + a_{x+i}}{a_0 + \dots + a_{x+i-1}} \right)}{\log(a_0 + \dots + a_{x+i-1}) \log(a_0 + \dots + a_{x+i})}; \end{array} \right.$$

en posant $x = 0$ dans (1) et (2), on a les identités proposées dans les questions 440, 442.

L'énoncé de la question 440 renferme une faute d'impression ; le premier facteur du dénominateur doit être a_0 , et non a_n dans le premier membre.

Note. M. Delestrée, élève au lycée Saint-Louis, a donné une bonne solution particulière de la question 442, ainsi que M. G. Anderson, candidat à la Licence, à Lyon.