NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

H. DELLAC

Solution de la question 393

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 17 (1858), p. 205-206

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__205_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

SOLUTION DE LA QUESTION 393

(voir t XVI, p. 312),

PAR M. H. DELLAC,
Professeur au lycée d'Amiens.

Dans la parabole du troisième ordre

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

l'aire comprise entre la courbe, l'axe des abscisses et les deux ordonnées $x = 0$, $x = \delta$ est

$$s_0 = a\delta + b\frac{\delta^2}{2} + c\frac{\delta^3}{3} + d\frac{\delta^4}{4},$$

et entre les ordonnées $x = \delta$, $x = 2\delta$

$$s_1 = a\delta + 3b\frac{\delta^2}{2} + 7c\frac{\delta^3}{3} + 15d\frac{\delta^4}{4}.$$

Dans la parabole du second ordre

$$y = A + Bx + Cx^2$$

les aires correspondantes sont

$$S_0 = A\delta + B\frac{\delta^2}{2} + C\frac{\delta^3}{3},$$

$$S_1 = A\delta + 3B\frac{\delta^2}{2} + 7C\frac{\delta^3}{3}.$$

Les aires des deux segments compris entre les deux courbes sont donc

$$M = s_0 - S_0$$

$$= (a - A)\delta + (b - B)\frac{\delta^2}{2} + (c - C)\frac{\delta^3}{3} + d\frac{\delta^4}{4},$$

et

$$N = S_1 - s_1$$

$$= (A - a)\delta + 3(B - b)\frac{\delta^2}{2} + 7(C - c)\frac{\delta^3}{3} - 15d\frac{\delta^4}{4}.$$

Leur différence est donc

$$M - N = 2(a - A)\delta + 2(b - B)\delta^2$$
$$+ \frac{8}{3}(c - C)\delta^3 + 4d\delta^4.$$

Les deux courbes ayant trois ordonnées communes y_0, y_1, y_2 pour $x = 0$, $x = \delta$, $x = 2\delta$, on a

$$y_0 = a,$$
$$y_1 = a + b\delta + c\delta^2 + d\delta^3,$$
$$y_2 = a + 2b\delta + 4c\delta^2 + 8d\delta^3,$$
$$y_0 = a,$$
$$y_1 = A + B\delta + C\delta^2,$$
$$y_2 = A + 2B\delta + 4C\delta^2.$$

Multipliant ces équations respectivement par 1, 4, 1, — 1, — 4, — 1, et ajoutant, il vient

$$0 = 6(a - A) + 6(b - B)\delta + 8(c - C)\delta^2 + 12d\delta^3.$$

Or le second membre est la valeur de M — N multipliée par $\frac{3}{\delta}$; donc

$$M = N.$$

Ainsi les deux segments curvilignes compris entre les deux paraboles sont équivalents entre eux. Comme, par rapport à chaque courbe, l'un des segments est intérieur et l'autre extérieur, les deux paraboles comprennent la même aire entre la courbe, l'axe des abscisses et les deux ordonnées extrêmes $x = 0$, $x = 2\delta$. Ceci étant démontré, les deux corollaires énoncés sont évidents.