

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 185-187

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__185_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

431. ABCDEF est un hexagone inscrit dans une circonférence. Si l'on pose

$$\begin{aligned} AB = a, \quad CD = b, \quad EF = c, \\ DE = a', \quad FA = b', \quad BC = c', \\ CF = A, \quad BE = B, \quad AD = C, \end{aligned}$$

on aura

$$ABC = aa'A + bb'B + cc'C + abc + a'b'c'.$$

(PROUHEZ.)

432. Déterminant

$$\begin{vmatrix} 1.2.3.4\dots & n \\ 2.3.4.5\dots & n-1 \\ 3.4.5.6\dots & 2.1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\ n-1.n.1.2\dots & n-2 \\ n.1.2.3\dots & n-1 \end{vmatrix} = \pm \frac{n^{n-1}(n+1)}{2}.$$

- + si n est de la forme $4p$ ou $4p+1$;
- si n est de la forme $4p+2$ ou $4p+3$. (PAINVIN.)

433. Trouver le lieu des centres des cercles inscrits aux

triangles ayant pour sommet l'un des foyers d'une conique et pour base une corde passant par l'autre foyer ; le centre est sur la parallèle à l'axe focal menée par le milieu de la corde. (ROUSHÉ.)

434. L'équation

$$c_0 x^n + \frac{n}{1} c_1 x^{n-1} + \frac{n \cdot n - 1}{2} c_2 x^{n-2} + \dots + n_1 c_{n-1} x + c_n = 0$$

a au moins autant de racines imaginaires qu'on trouve de variations de signes dans la suite

$$c_0^2, c_1^2 - c_0 c_2, c_2^2 - c_1 c_3, \dots, c_{n-1}^2 - c_{n-2} c_n, c_n^2.$$

(NEWTON.)

Note. La démonstration d'Euler (*Introduction au calcul infinitésimal*) n'est pas satisfaisante.

(GENOCCHI.)

435. Sur les longueurs OA, OB, OC, données dans l'espace, on prend respectivement les points a, b, c ; les rapports $\frac{Bb}{Aa}, \frac{Cc}{Aa}$ sont donnés. Trouver : 1° l'enveloppe du plan abc ; 2° le lieu du centre de gravité du triangle abc.

436. Quelle est l'enveloppe de la droite dont la somme des carrés des distances à deux points fixes est donnée ?

437. O₁ est une circonférence décrite sur un rayon de la circonférence O comme diamètre ; on fait rouler O autour de O₁. On demande : 1° le lieu décrit par un point quelconque du plan de O ; 2° l'enveloppe d'une droite quelconque liée invariablement à la circonférence O.

(MANNHEIM.)

438. Démontrer que le lieu des pieds des perpendiculaires abaissées du centre d'une circonférence O sur les

tangentes à la *développante* D de cette circonférence est une *spirale* d'Archimède. (MANNHEIM.)

439. On donne le périmètre et l'axe d'une ellipse, calculer l'autre axe soit par une série convergente, soit par des approximations successives.

440. Démontrer l'identité

$$\begin{aligned} & \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{a_0(a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n)} \\ = & \frac{a_1}{a_0(a_0 + a_1)} + \frac{a_2}{(a_0 + a_1)(a_0 + a_1 + a_2)} \\ & + \frac{a_3}{(a_0 + a_1 + a_2)(a_0 + a_1 + a_2 + a_3)} + \dots \\ & + \frac{a_n}{(a_0 + a_1 + \dots + a_{n-1})(a_0 + a_1 + \dots + a_n)}. \end{aligned}$$

(WERNER.)

441. Le produit de plusieurs nombres consécutifs ne peut être une puissance parfaite lorsqu'un de ces nombres est premier absolu. (MATHIEU.)