

GERONO

Question d'examen (École navale)

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 393-394

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__393_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION D'EXAMEN (ÉCOLE NAVALE).

Le produit de quatre nombres entiers consécutifs ne peut être un carré.

Soit $(n + 1)(n + 2)(n + 3)(n + 4)$ le produit considéré.

On a

$$(n + 1)(n + 4) = n^2 + 5n + 4$$

et

$$(n + 2)(n + 3) = n^2 + 5n + 6;$$

donc

$$(n + 2)(n + 3) = (n + 1)(n + 4) + 2.$$

D'ailleurs $(n + 1)(n + 4)$ est en nombre pair.

En posant

$$(n + 1)(n + 4) = 2p,$$

il viendra

$$(n + 2)(n + 3) = 2p + 2 = 2(p + 1),$$

et, par suite,

$$\begin{aligned} (n + 1)(n + 2)(n + 3)(n + 4) &= 2p \times 2(p + 1) \\ &= 4p(p + 1). \end{aligned}$$

Or le produit $p(p+1)$ de deux nombres entiers consécutifs ne peut être un carré; donc il en est de même de $4p(p+1)$ ou du produit $n(n+1)(n+2)(n+3)$ de quatre nombres entiers consécutifs. G.

Remarque. En admettant ce principe que : *si p est un nombre premier, il y a au moins un autre nombre premier compris entre p et 2p*, il est clair que le produit $1.2.3\dots n$ ne peut être un carré; car en désignant par p le plus grand nombre premier de la suite $1, 2, 3, \dots, n$, on aura $n < 2p$, et, par conséquent, le nombre premier p n'entrera qu'à la première puissance dans le produit $1.2.3\dots n$; donc ce produit ne sera pas un carré. G.
