E. DE JONQUIÈRES

Cosmographie. Solution de la question 331

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 354-357

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__354_1>

COSMOGRAPHIE.

SOLUTION DE LA QUESTION 331

(voir t XV, p 243);

PAR M. E. DE JONQUIÈRES,
Lieutenant de vaisseau.

Question. Soient les jours relatifs au soleil vrai, au soleil fictif dans l'écliptique et au soleil fictif dans l'équateur. Quand ces jours considérés deux à deux sont-ils égaux? Quand les trois jours sont-ils égaux?

Soient E le nombre de secondes de temps qu'il faut ajouter à l'heure vraie pour avoir l'heure moyenne, c'est-à-dire l'*équation du temps*, $\odot$ la longitude *vraie* du soleil et α la longitude de l'apogée ; on a

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} E = &-462^s \sin(\odot - \alpha) - 593^s \sin 2\odot \\ &- 3^s \sin 2(\odot - \alpha) + 13^s \sin 4\odot. \end{aligned}\right.$$

Cette formule a été donnée par Lagrange dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences* pour 1772 et convient encore à l'époque actuelle, malgré les petites variations qu'ont éprouvées l'inclinaison et l'excentricité de l'orbite terrestre (*)

Pour plus de simplicité, je négligerai les deux derniers termes qui sont très-faibles : l'erreur est insensible. Par exemple, pour le 28 janvier 1857 où l'on a

$$\odot = 308^\circ 34' 57'',$$

la formule, réduite à ses deux premiers termes, donne

$$E = 13^m 15^s,8$$

au lieu de

$$13^m 17^s,9$$

que donne la *Connaissance des Temps*.

Quand le jour vrai est égal en durée au jour moyen, la variation de l'équation du temps est évidemment nulle, c'est-à-dire qu'on a

$$\frac{dE}{d\odot} = 0$$

ou

$$231 \cos(\odot - \alpha) + 593 \cos 2\odot = 0.$$

Développant $\cos(\odot - \alpha)$ et $\cos 2\odot$, puis ayant égard à la valeur de α pour 1857, savoir

$$\alpha = 100^\circ 27' 51'',$$

(*) A demontrer prochainement.

on trouve, par des calculs faciles,

$$(2)\quad \left\{ \begin{array}{l} 0 = \cos^4 \odot - 0{,}070749 \cdot \cos^3 \odot - 0{,}962064 \cos^2 \odot \\ \qquad\qquad + 0{,}035374 \cdot \cos \odot + 0{,}213315. \end{array} \right.$$

Traitant cette équation complète du quatrième degré par la méthode ordinaire, on trouve pour équation transformée, c'est-à-dire privée du second terme,

$$y^4 = 0{,}963941\, y^2 + 0{,}001298\, y + 0{,}213639 = 0$$

dont les quatre racines sont réelles et donnent pour celles de l'équation (2) les quatre valeurs

$$\begin{array}{l} +0{,}804979, \\ +0{,}604585, \\ -0{,}570884, \\ -0{,}767932 \end{array}$$

dont la somme est 0,070748, exacte à 0,000001 près, et dont le produit est 0,21336 à 4 cent-millièmes près.

Ces nombres sont les cosinus des longitudes ci-après, respectivement

323° 36′ 30″	qui correspondent en nombres ronds aux	11 février.
52.48. 3		13 mai.
124.48 43		27 juillet.
219.49.53		2 novembre.

Tels sont donc les quatre jours de l'année où il y a actuellement égalité entre les jours vrais et moyens. Il s'agit de faire la même chose pour le jour moyen et le jour fictif.

Le soleil fictif S′ et le soleil moyen S″ ayant un mouvement égal, le premier sur l'écliptique, le second sur l'équateur, et passant ensemble au point vernal, l'ascension droite de S″ égale toujours la distance de S′ à l'équinoxe que je désignerai par $\odot'$. On a donc, en désignant par $\odot''$ l'ascension droite de S',

$$\tang \odot' = \frac{\tang \odot''}{\cos \omega};$$

ω obliquité de l'écliptique $= 23^\circ\ 27'\ 29'',6$. D'où l'on tire

$$\tang(\odot' - \odot'') = \frac{(1 - \cos \omega)}{\cos \omega} \cdot \frac{\tang \odot''}{1 + \frac{\tang^2 \odot''}{\cos \omega}}.$$

Quand le jour moyen est égal au jour fictif, on a évidemment

$$\frac{d(\odot' - \odot'')}{d\odot''} = 0,$$

c'est-à-dire

$$\tang \odot'' = \pm \sqrt{\cos \omega} \quad \text{et} \quad \tang \odot' = \pm \frac{\sqrt{\cos \omega}}{\cos \omega}.$$

Donc il y a égalité des jours moyen et fictif quand la longitude *moyenne* du soleil a les quatre valeurs suivantes

$46^\circ\ 14'\ 7''$, $133^\circ\ 45'\ 53''$. $226^\circ\ 14'\ 7''$ $313^\circ\ 45'\ 53''$,

qui, en ayant égard à l'équation du centre, correspondent aux longitudes *vraies*

$47^\circ\ 46'\ 42$, $132^\circ\ 43'\ 34''$, $224^\circ\ 39'\ 11''$, $314^\circ\ 50'\ 20''$,

lesquelles ont lieu vers le

8 mai, 5 août, 6 novembre, 3 février

Si l'on compare ces dates aux précédentes, on voit qu'il n'y a rigoureusement aucun jour dans l'année où les trois jours soient égaux entre eux, mais qu'ils approchent beaucoup de l'égalité le 10 mai et le 4 novembre, et qu'ils diffèrent peu les uns des autres vers le 7 février et le 1^{er} août. C'est ce qu'il s'agissait de trouver.

La suite prochainement.