

PAINVIN

Seconde solution de la question 332

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 241-242

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__241_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 332

(voir t. XV, p. 243, et t. XVI, p. 26);

PAR M. PAINVIN,

Docteur ès Sciences mathématiques.

La démonstration du théorème énoncé est excessivement simple si l'on prend la fonction O sous la forme

$$X = X_1 X_2^2 \dots X_k^k \dots X_n^n,$$

X_k étant le produit des facteurs simples correspondants aux racines de degré de multiplicité k .

En effet,

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dx} &= X'_1 X_2^2 \dots X_k^k \dots X_n^n + 2 X'_2 X_1 X_2 \dots X_k^k \dots X_n^n + \dots \\ &+ k X'_k X_1 X_2^2 \dots X_k^{k-1} \dots X_k^k \\ &+ \dots + n X'_n X_1 X_2^2 \dots X_k^k \dots X_n^{n-1}. \end{aligned}$$

Par conséquent

$$\begin{aligned}
 P &= X_2 X_3^2 \dots X_k^{k-1} \dots X_n^{n-1}, \\
 Q &= \frac{X}{P} = X_1 X_2 \dots X_k \dots X_n, \\
 R &= \frac{dX}{P} = p_1 X'_1 + 2 p_2 X'_2 + \dots \\
 &\quad + k p_k X'_k + \dots + n p_n X'_n;
 \end{aligned}$$

où l'on a posé

$$p_k = \frac{Q}{X_k};$$

c'est-à-dire que p_k renferme tous les facteurs X_1, X_2, \dots, X_n sauf le facteur X_k .

$$\frac{dQ}{dx} = p_1 X'_1 + p_2 X'_2 + \dots + p_k X'_k + \dots + p_n X'_n.$$

Donc

$$R - k \frac{dQ}{dx} = (1-k)p_1 X'_1 + (2-k)p_2 X'_2 + \dots + (n-p_n)p_n X'_n;$$

le terme $p_k X'_k$ a disparu.

$\left(R - k \frac{dQ}{dx} \right)$ est donc divisible par X_k et ne l'est par aucune des fonctions X_1, X_2, \dots, X_n qui sont premières entre elles. Donc X_k est le plus grand commun diviseur des polynômes Q et $R - k \frac{dQ}{dx}$.

C'est la proposition énoncée.
