

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16 (1857), p. 125-127

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__125_2

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

363. Mener par un point P donné dans l'intérieur de l'angle A une droite BPC qui forme avec les côtés de l'angle un triangle ABC dont le périmètre soit un minimum.

364. Trouver sur le plan du triangle ABC un point o dont la position soit telle, que les circonférences passant par le point o et deux des sommets du triangle soient entre elles comme trois droites a, b, c données.

365. m étant un nombre entier positif, la valeur $en-$

tière et inférieure la plus approchée de $(1 + \sqrt{3})^{2m+1}$ est divisible par 2^{m+1} . Soit par exemple $m = 1$,

$$(1 + \sqrt{3})^2 = 10 + 6\sqrt{3} = 20, 39 \dots;$$

20 est divisible par $2^{1+1} = 4$; soit $m = 2$,

$$(1 + \sqrt{3})^3 = 76 + 44\sqrt{3} = 152, 20 \dots;$$

152 est divisible par $2^{2+1} = 8$. (J.-J. SYLVESTER.)

366. Sur une droite AB de longueur donnée, on décrit un segment capable d'un angle donné. L'extrémité A se meut sur une droite fixe M et l'extrémité B sur une droite fixe N situées l'une et l'autre dans le plan du segment. On demande de trouver : 1° le lieu d'un point quelconque du plan du segment, point fixe relativement au segment; 2° le lieu d'un point de la circonférence du segment; 3° l'enveloppe du cercle; 4° les mêmes lieux et la même enveloppe lorsque l'angle donné est égal à l'angle des deux droites M et N. (DE LA GOURNERIE.)

367. Les côtés d'un angle droit inscrit dans une circonférence de cercle interceptent une demi-circonférence et sous-tendent deux arcs supplémentaires; on mène à chacun de ces trois arcs une tangente telle, que le point de contact soit au milieu de la portion de tangente interceptée entre les côtés de l'angle suffisamment prolongés. Démontrer que les trois points de contact sont les sommets d'un triangle équilatéral.

(Sir FREDERICK POLLOCK, F. R. S., lord chief baron of the Court of Exchequer.)

368. p, q, r sont trois fonctions entières linéaires en x et y ; $p = 0, q = 0, r = 0$ sont les équations respectives des côtés AB, BC, CA d'un triangle ABC; $p - q = 0, q - r = 0, r - p = 0$ sont donc les équations de trois droites passant respectivement par les sommets B, C, A,

et se rencontrant au même point D; soient α, β, γ les points où AD rencontre BC, où BD rencontre CA, où CD rencontre AB. Trouver en fonction de p, q, r l'équation de la conique qui touche les côtés du triangle en α, β, γ .
(ARTHUR CAYLEY.)

369. Mêmes données que dans la question précédente. Il s'agit de mener deux droites R, S rencontrant AB aux points r_1, s_1 , BC aux points r_2, s_2 , CA aux points r_3, s_3 , de telle sorte que les trois systèmes de cinq points r_1, s_1, A, γ, B ; r_2, s_2, B, α, C ; r_3, s_3, C, β, A soient en involution, α, β, γ étant des points doubles. Trouver en fonction de p, q, r les équations des droites R, S.

(ARTHUR CAYLEY.)

370. Soit le déterminant à n^2 termes

$$\begin{array}{ccccccc} a_{11}, & a_{12}, & a_{13}, & \dots, & a_{1n}, \\ a_{21}, & a_{22}, & a_{23}, & \dots, & a_{2n}, \\ a_{31}, & a_{32}, & a_{33}, & \dots, & a_{3n}, \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}, & a_{n2}, & a_{n3}, & \dots, & a_{nn}, \end{array}$$

a_{pq} et a_{qp} sont deux nombres imaginaires conjugués, de sorte que a_{pp} est un nombre réel. Démontrer que le déterminant est réel.

371. Déterminer dans le plan d'un triangle un point tel, qu'en multipliant chaque distance de ce point à un sommet par le sinus de l'angle formé par les deux distances aux deux autres sommets, la somme de trois produits soit un maximum. Démontrer que le centre du cercle inscrit remplit cette condition.
