Nouvelles annales de mathématiques

Poudra

Solution de la question 297

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 14 (1855), p. 413-414

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__413_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 297

(voir t. XIV, p. 117);

PAR M. POUDRA,
Chef d'escadron d'état-major en retraite.

On demande de déterminer un triangle ABC, connaissant une hauteur Bb, une bissectrice Cc et une médiane Aa : chacune de ces droites partant d'un sommet différent.

1°. Prenons arbitrairement un des sommets A sur la droite MN, direction de AC. Le sommet B se trouvera sur une parallèle PQ à MN à distance Bb.

2°. Le point a étant le milieu du côté BC, il est aussi le milieu de Ad, d étant le point de rencontre de Aa et de PQ, et comme Aa est donné, il s'ensuit qu'on connaît d et, par suite, le point a.

3°. Si par a milieu de BC on mène une parallèle à la bissectrice Cc, la longueur de cette droite comprise entre a et la droite BA égale $\frac{Cc}{2}$: donc, le point m de la droite BA est sur une circonférence décrite de a comme centre vec un rayon $am = \frac{1}{2} Cc$.

4°. Si l'on prolonge *am* jusqu'en f à sa rencontre avec PQ, on aura nécessairement

$$fB = Ba.$$

Si donc, sur PQ, on prend une suite infinie de points tels que B et qu'on les joigne à A; puis, que de tous ces points on porte sur PQ, à gauche et à droite de chacun d'eux, leur distance respective au point *a* et qu'on joigne ces points, tels que f, ainsi obtenus avec *a*, on aura par cette construction les points O d'intersections des droites respectives des deux faisceaux dont les sommets sont A et *a*. Le lieu de ces points O est une courbe du troisième ordre ayant plusieurs branches, un point double en *a* et passant par A. Cette courbe coupera la circonférence en des points m, m', alors le triangle ABC est déterminé.

Une courbe du troisième ordre peut être rencontrée par une circonférence en six points. Comme le centre du cercle est un point de la courbe, il y aura nécessairement au moins deux solutions réelles.