NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Sur un système de trois courbes planes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 14 (1855), p. 394-396

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__394_1>

SUR UN SYSTÈME DE TROIS COURBES PLANES;

PAR UN ABONNÉ
(Montpellier).

Soient

$$A = 0, \tag{1}$$

$$B = 0, \tag{2}$$

$$C = 0, \tag{3}$$

les équations de trois courbes;

$$(4) \qquad A + \lambda B = 0$$

sera l'équation d'une courbe passant par les points d'intersection des équations (1) et (2), et nous pourrons déterminer λ par la condition que (4) coupe (3) orthogonalement.

$$(5) \qquad A + \mu C = 0$$

pourra aussi représenter une courbe passant par les points d'intersection des équations (1) et (3) en coupant (2) orthogonalement.

$$(6) \qquad B + \nu C = 0$$

passera de même par les points d'intersection des équations (2) et (3) et coupera (1) orthogonalement.

Les valeurs de λ, μ, ν sont

$$\lambda = -\frac{\frac{dA}{dx}\frac{dC}{dx} + \frac{dA}{dy}\frac{dC}{dy}}{\frac{dB}{dx}\frac{dC}{dx} + \frac{dB}{dy}\frac{dC}{dy}},$$

$$\mu = -\frac{\frac{dA}{dx}\frac{dB}{dx} + \frac{dA}{dy}\frac{dB}{dy}}{\frac{dB}{dx}\frac{dC}{dx} + \frac{dB}{dy}\frac{dC}{dy}},$$

$$\nu = -\frac{\frac{dA}{dx}\frac{dB}{dx} + \frac{dA}{dy}\frac{dB}{dy}}{\frac{dA}{dx}\frac{dC}{dx} + \frac{dA}{dy}\frac{dC}{dy}},$$

et l'on a toujours l'identité

$$\nu\lambda + \mu = 0, \quad \text{ou} \quad \nu = -\frac{\mu}{\lambda}.$$

$$\lambda B - \mu C = 0 \tag{7}$$

est l'équation d'une courbe passant par les points d'intersection des courbes (4) et (5). D'après l'identité trouvée, l'équation (6) peut s'écrire sous la forme

$$\lambda B - \mu C = 0.$$

Donc les courbes (4), (5) et (6) ont toutes leurs cordes communes.

Ce théorème est la généralisation d'un théorème de Plücker énoncé dans un des volumes des *Nouvelles Annales*.