NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Concours d'admission à l'École polytechnique en 1854

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 14 (1855), p. 33-40

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__33_0>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE EN 1854.

Épreuve graphique. — Questions proposées.

Cette année, presque toutes les questions ont été empruntées à l'intersection des surfaces courbes, l'une de ces surfaces étant toujours cylindrique ou conique ; de sorte que le résultat représente, finalement, un effet d'ombre portée sur un corps de révolution dont l'axe est vertical, ou d'ombre portée par ce corps sur lui-même. La surface cylindrique inclinée répond au cas d'un système de rayons lumineux parallèles, et la surface conique au cas d'un point lumineux. Ces sujets mixtes, où la Géométrie et la Physique s'unissent dans les conditions les plus simples, nous paraissent très-convenables.

On voit que l'École Polytechnique poursuit son opposition contre les épures qui ne sont que la reproduction des planches gravées des auteurs de géométrie descriptive, c'est-à-dire, contre un enseignement graphique plus répandu encore qu'on ne le pense.

Étant donné un corps solide formé de deux cylindres droits de même axe, l'un inférieur ayant pour base sur le plan horizontal un cercle de 3 centimètres de rayon et 10 centimètres de hauteur, l'autre surmontant le premier, ayant 5 centimètres de rayon et 2 centimètres de hauteur :

1. Considérez la base inférieure de ce second cylindre comme la base d'un cylindre oblique, dont les génératrices

seraient parallèles à la diagonale d'un cube qui aurait une face sur le plan horizontal et une sur le plan vertical. On propose de trouver l'intersection du cylindre oblique avec le premier cylindre droit et de déterminer ensuite trois tangentes à cette intersection; savoir : une tangente en un point quelconque, la tangente au point situé dans un plan tangent au premier cylindre et parallèle au cylindre oblique, la tangente au point le plus bas.

2. Sur la projection horizontale O de l'axe des deux cylindres, menez dans le plan horizontal une droite qui fasse avec la ligne de terre un angle de 45 degrés; sur cette droite portez à partir du point O une longueur OS = 12 centimètres, puis concevez qu'au point S on élève une verticale ST de 16 centimètres.

Cela posé, on propose de construire l'intersection du cylindre de 3 centimètres de rayon avec le cône qui aurait pour sommet le point T, et pour base la base inférieure du cylindre supérieur. On veut aussi connaître : la tangente en un point quelconque de l'intersection, la tangente en un point situé dans un plan tangent mené au cylindre inférieur par le sommet du cône, un point où la tangente soit horizontale.

Un tronc de cône droit à bases parallèles est posé sur le plan horizontal par sa grande base, qui est un cercle de 5 centimètres de rayon; la hauteur du tronc est de 10 centimètres et la petite base a 2 centimètres de rayon. Ce tronc de cône est surmonté d'un cylindre droit ayant même axe que le tronc, un rayon de 5 centimètres et 2 centimètres de hauteur.

3. On veut connaître l'intersection du tronc de cône avec un cylindre oblique qui aurait pour base la base inférieure du cylindre qui surmonte le cône, et dont les

génératrices seraient parallèles à la diagonale d'un cube dont une face serait sur le plan horizontal, l'autre sur le plan vertical.

On cherchera aussi : la tangente en un point quelconque, la tangente au point situé dans le plan tangent mené au tronc de cône parallèlement au cylindre oblique, un point où la tangente soit horizontale.

4. Dans un plan passant par l'axe commun des corps ci-dessus et faisant un angle de 45 degrés avec le plan vertical, on prend un point S distant de cet axe de 12 centimètres et de 20 centimètres du plan horizontal.

Cela posé, on propose de construire l'intersection du tronc de cône avec un cône oblique ayant pour sommet le point S, et pour base la base inférieure du cylindre qui surmonte le cône tronqué.

On veut aussi connaître : la tangente en un point quelconque; la tangente en un point situé dans un plan tangent mené au tronc de cône par le sommet du cône oblique; la tangente en un des points pour lesquels elle a une direction horizontale.

---

5. Un hyperboloïde de révolution dont l'axe est vertical a ses génératrices inclinées de 45 degrés sur le plan horizontal, et un cercle de gorge de 2 centimètres de rayon; il est supposé limité à deux plans horizontaux distants chacun de 5 centimètres du cercle de gorge.

On propose de trouver son intersection avec un cylindre oblique ayant pour directrice la circonférence qui limite l'hyperboloïde à sa partie supérieure, dont les génératrices seraient inclinées sur le plan horizontal comme celles de l'hyperboloïde, et dont les projections horizontales feraient avec la ligne de terre un angle de 45 degrés.

On construira la tangente en un point quelconque de cette intersection.

---

6. Un cône droit a pour base sur le plan horizontal un cercle de 3 centimètres de rayon; ses génératrices sont inclinées sur le plan horizontal d'un angle dont la tangente est 2. Un cylindre oblique a pour base sur le même plan horizontal un cercle de 4 centimètres de rayon; les génératrices font aussi avec le plan horizontal un angle dont la tangente est 2, et leurs projections horizontales sont inclinées de 45 degrés sur la ligne de terre.

On propose de trouver l'intersection du cône et du cylindre, et de construire la tangente en un point quelconque de cette intersection.

On aura soin de placer les bases des deux surfaces de manière que le cylindre pénètre entièrement dans le cône par une de ses nappes.

7. La question précédente, mais avec cette différence : les bases des deux surfaces seront placées de manière que l'intersection ait des branches infinies, dont on déterminera les asymptotes.

---

8. Un cône droit a pour base sur le plan horizontal un cercle de 5 centimètres de rayon; les génératrices sont inclinées de 45 degrés sur le plan horizontal.

Trouver son intersection avec un cône droit de même axe, dont le sommet est à 7 centimètres et demi au-dessus du plan horizontal et dont la base sur ce plan serait, en supposant qu'on fît descendre ce second cône jusqu'à ce qu'il ait même sommet que le premier, une ellipse dont les axes inclinés à 45 degrés sur la ligne de terre auraient pour longueurs 5 centimètres et 10 centimètres.

On construira la tangente en un point de l'intersection, et les asymptotes de cette courbe, s'il y en a.

Une calotte de sphère creuse repose par sa base sur le plan horizontal; le rayon extérieur de cette base est de

10 centimètres, le rayon intérieur de 3 centimètres et demi. La hauteur de la calotte, mesurée jusqu'à la surface extérieure, est de 3 centimètres.

9. Par le centre de la base on mène une droite parallèle à la diagonale d'un cube dont une face serait sur le plan horizontal et une autre sur le plan vertical; puis on prend cette droite pour l'axe d'un cylindre dont la section droite serait un cercle de 3 centimètres de diamètre.

Cela posé, on veut connaître l'intersection de ce cylindre avec les deux surfaces sphériques qui limitent la calotte creuse, ainsi que la tangente en un point quelconque de l'une de ces courbes. On construira en outre le développement de la surface cylindrique du solide commun aux deux corps.

10. Par le centre de la base on mène une droite dont la projection horizontale fait un angle de 45 degrés avec la ligne de terre et la projection verticale un angle de 60 degrés, puis on prend cette droite pour l'axe d'un cône dont le sommet est à 8 centimètres du centre de la base de la calotte et dont la section, faite perpendiculairement à l'axe et à 3 centimètres du sommet, est un cercle de 1 centimètre de rayon.

Cela posé, on veut connaître l'intersection de ce cône droit avec les deux surfaces sphériques qui limitent la calotte creuse, ainsi que la tangente en un point quelconque de l'une de ces courbes. On fera une coupe par le plan des deux axes, et cette coupe devra être dégagée de toute ligne de construction, afin de représenter plus nettement l'ouverture faite par le cône dans la calotte.

---

11. Étant donné un corps solide dont deux faces sont des plans verticaux représentés sur le plan horizontal par les droites parallèles xy et uv, entre lesquelles il y a une

distance de 9 centimètres ; on suppose que dans ce corps solide on pratique un vide composé comme il suit : 1° un prisme droit ayant 3 centimètres de hauteur et pour base le parallélogramme ABCD dans lequel les côtés AD, BC sont à 8 centimètres l'un de l'autre, et inclinés de 45 degrés sur les premiers ; 2° un demi-cylindre surmontant ce prisme, ayant ses génératrices horizontales, une section droite circulaire de 8 centimètres de diamètre, et placé de telle sorte qu'il soit tangent aux deux plans verticaux AD et BC

Cela posé, on demande de représenter sur un plan vertical parallèle à AB les limites de la partie enlevée dans le corps solide, en ayant soin de distinguer les parties vues des parties cachées.

On propose de construire l'intersection des surfaces qui limitent ce solide enlevé par un cylindre oblique qui aurait pour base l'ellipse projetée sur CD, et dont les génératrices seraient parallèles à une droite dont la projection horizontale fait un angle de 45 degrés avec la ligne de terre, et la projection verticale un angle de 60 degrés. On veut aussi connaître le point où l'intersection des deux cylindres rencontre l'ellipse projetée sur CD et la tangente au point d'intersection situé sur une des génératrices AD ou BC.

---

12. Étant donné un tore produit par la rotation d'un cercle de 3 centimètres de rayon autour d'un axe vertical situé dans son plan, et distant de 5 centimètres du centre du cercle générateur, on suppose qu'un plan parallèle à la ligne de terre soit incliné de 40 degrés sur le plan horizontal et placé de telle sorte qu'il coupe à la fois la nappe du tore décrite par le demi-cercle qui tourne sa concavité vers l'axe et celle qui est décrite par l'autre demi-cercle, sans cependant que ces courbes soient séparées.

On propose de construire l'intersection du tore par le plan, ainsi que la tangente en un point quelconque de cette courbe. Il faudra aussi trouver cette section en vraie grandeur, et ce que devient la tangente au point considéré.

---

13. Une demi-sphère creuse de 9 centimètres de rayon intérieur et de 2 centimètres d'épaisseur est posée sur le plan horizontal, la convexité en dessous.

On veut connaître son intersection avec un cône oblique déterminé comme suit : le sommet est au point le plus bas de la surface intérieure de la sphère; l'axe es la corde du quart de cercle, section de la sphère intérieure par un plan méridien vertical, faisant un angle de 45 degrés avec le plan vertical; la base du cône sur le plan de l'hémisphère est un cercle de 6 centimètres de rayon. On construira en outre la tangente en un point quelconque de l'intersection.

On fera une coupe par le plan des deux axes; elle sera dégagée de toute ligne de construction, afin de représenter plus nettement l'ouverture faite par le cône dans la demi-sphère.

La question sera traitée sans changement de plans de projection. On pourra indiquer des méthodes de solution où la position de ces plans serait changée.

Note du Rédacteur. On cherche avec raison à répandre, à populariser cette langue universelle qu'on appelle le *dessin*. Pourquoi cette langue est-elle exclue du grand concours universitaire? pourquoi négliger un tel stimulant? On pourrait donner des prix adaptés à ce genre de connaissances; entre autres les *notes et croquis de Géométrie descriptive* ou quelques uns des *solides* de la collection en relief (t. XII, p. 456). Nous ne saurions trop recommander ces productions du chef des travaux graphiques à l'École Polytechnique à l'attention de l'Université, des professeurs et des chefs d'institution.

Outre le sentiment de l'art, l'habileté de l'artiste, M. Bardin possède les qualités du professeur et les théories graphiques spécialement enseignées dans la grande école. De là le mérite distinctif de ses ouvrages.