

FAURE

Solution de la question 290

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 14
(1855), p. 198-199

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__198_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1855, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 290;

PAR M. FAURE,

Officier d'artillerie.

Trouver le coefficient de x^{n-1} dans l'équation en x de degré $n+1$ qui a pour racines les $n+1$ coefficients binomiaux de $(a+b)^n$.

Ce coefficient, que je désigne par A, est égal à la somme des produits deux à deux des coefficients du développement de $(a+b)^n$.

Or, si l'on multiplie entre eux deux binômes tels que $(1+\alpha)^n$ et $(1+\frac{1}{\alpha})^n$, on aura (en faisant $\alpha=1$) dans le produit la somme cherchée, et en outre la somme des carrés des coefficients binomiaux, somme que j'appelle B. Donc

$$2^{2n} = 2A + B.$$

Or, d'après les deux développements

$$(1+\alpha)^n = 1 + n\alpha + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \alpha^2 + \dots,$$

$$\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)^n = 1 + n\frac{1}{\alpha} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \frac{1}{\alpha^2} + \dots,$$

B s'obtient en multipliant terme à terme ces deux séries; de sorte que l'on peut aussi regarder cette quantité comme étant le terme indépendant de α dans le développement de

$$(1+\alpha)^n \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)^n = \frac{1}{\alpha^n} (1+\alpha)^{2n}.$$

On a donc

$$B = \frac{2n(2n-1)\dots n+1}{1 \ 2 \ 3 \ \dots n};$$

(199)

de là

$$A = 2^{2n-1} - \frac{(2n-1)(2n-2)\dots n+1}{1,2,3\dots n-1}.$$
