

N. DEVYLDER

Solution de la question 289

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 13
(1854), p. 331-334

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__331_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1854, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 289

(voir p. 192);

PAR M. N. DEVYLDER,

Professeur à l'Athénée royal de Namur.

1°. Soit d'abord

$$CAD = CBE.$$

Les deux triangles CAD et CBE sont semblables et four-

nissent la proportion

$$\frac{AD}{BE} = \frac{AC}{BC}.$$

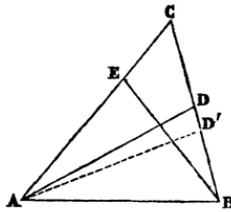
Mais AC est $> BC$, puisque l'on a

$$A < B.$$

Donc

$$AD > BE.$$

C. Q. F. D. .



2°. Soit

$$CAD < CBE.$$

Faisons l'angle

$$CAD' = CBE.$$

La droite AD' fera, avec la droite CB , un angle $AD'B$ plus grand que l'angle ADB , qui forme l'inclinaison de la droite AD sur CB ; car on a évidemment

$$\hat{C} + CAD' > \hat{C} + CAD.$$

Par conséquent,

$$AD > AD'.$$

Mais, d'après ce qui précède,

$$AD' > BE;$$

donc, à fortiori,

$$AD > BE.$$

3°. Soient

$$AD = BE \quad \text{et} \quad \frac{DAB}{DAC} = \frac{EBA}{EBC},$$

ou, ce qui revient au même,

$$\frac{DAC}{CAB} = \frac{EB}{EBA};$$

je dis que l'on aura

$$CAB = CBA.$$

Car supposons que l'on puisse avoir

$$CAB \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} CBA,$$

on aurait dès lors

$$DAC \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} EBC;$$

et, d'après ce qui vient d'être démontré, on devrait avoir

$$AD \begin{matrix} < \\ > \end{matrix} BE.$$

Mais, par hypothèse,

$$AD = BE;$$

donc

$$A = B.$$

c. q. f. d.

Cas particulier. Si les bissectrices de deux angles d'un triangle sont égales, le triangle est isocèle.

M. E. Lavelaine de Maubeuge (lycée de Montpellier), construit un triangle, connaissant la base, la hauteur et la bissectrice de l'angle opposé à la base, et démontre ensuite : 1° que deux triangles ABC, A'B'C' sont égaux lorsqu'on a

$$A = A', \quad BC = B'C';$$

$$\text{bissectrice AD} = \text{bissectrice A'D'};$$

2° dans un triangle rectiligne, au plus petit angle correspond la plus grande bissectrice, à l'angle moyen la moyenne bissectrice, et au plus grand angle la plus petite bissectrice.

Soit, dans le triangle ABC ,

$$B > A ;$$

alors

$$\text{bissectrice AD} > \text{bissectrice BE.}$$

En effet,

$$\overline{AD}^2 = AC \cdot AB - DC \cdot BD, \quad AC > BC,$$

$$\overline{BE}^2 = BC \cdot AB - EC \cdot EA ;$$

or

$$AC \cdot AB > BC \cdot AB, \quad EA = \frac{AC \cdot AB}{AB + BC}, \quad BD = \frac{BC \cdot AB}{AB + AC} ;$$

donc

$$EA > BD.$$

On verra de même que

$$EC > DC ;$$

donc

$$EC \cdot EA > DC \cdot BD ;$$

par conséquent,

$$AD > BE.$$

Ensuite M. Lavelaine résout la question 289 à peu près comme ci-dessus.
