Questions

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 314-316

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__314_1>

QUESTIONS.

293. Soient p un nombre premier et X un polynôme tel que

$$X = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + \ldots + a_n x^{n-1}.$$

En donnant à chaque coefficient a toutes les valeurs

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ldots,\ p-1,$$

on aura p^n valeurs de X, dont l'une sera zéro. Si l'on élève toutes les valeurs de X à la puissance m, et qu'on représente la somme des résultats par $\sum X^m$, on aura

$$\sum X^m = \text{un multiple de } p,$$

si $m < p^n - 1$; mais l'égalité précédente n'aura pas lieu si $m = p^n - 1$. (J. A. Serret.)

294. Soient P_1, P_2, P_3,..., P_n, n points matériels d'égales masses; G_2 le centre de gravité de P_1, P_2; G_3 le centre de gravité de P_3 et de la masse $P_1 + P_2$ posée en G_2; G_4 le centre de gravité de P_4 et de G_3, et ainsi de suite; de sorte que G_n est le centre de gravité de P_n et de G_{n-1}; G_n est indépendant de la manière dont on prend les masses; désignons par $A_{(i)}$ la distance de G_{i-1} à P_i, la quantité

$$\frac{1}{2}(A_2)^2 + \frac{2}{3}(A_3)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)(A_4)^2 + \ldots + \left(\frac{n-1}{n}\right)A_n^2$$

est constante, dans quelque ordre qu'on prenne les masses.

Observation. G_1 est la même chose que P_1: ainsi A_2 est la distance de P_1 à P_2. (Steiner.)

295. Par un point P pris dans le plan d'une courbe algébrique M, on mène des normales à cette courbe, qui la rencontrent aux points A_1, A_2,..., A_n. On suppose que la somme des carrés de ces normales est égale à p^2, quantité constante. Le point P engendre une nouvelle courbe M_1; la normale à cette courbe menée par le point P passe par le centre de gravité des points A_1, A_2, etc.

Cherchons un point Q tel, que l'on ait

$$(QA_1)^2 + (QA_2)^2 + \ldots + QA_n = p^2.$$

Le lieu du point Q est une courbe M_2 touchant la courbe M_1 au point P.

Il en sera de même pour une relation quelconque entre les normales; dans la relation donnée, M_2 est un cercle.