MANNHEIM

Solution de la question 255

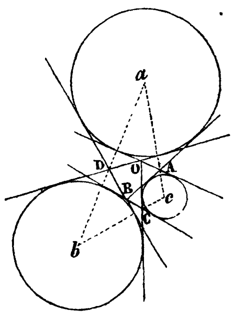
Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 210-211

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__210_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 255

(voir t. XI, p. 314) ;

PAR M. MANNHEIM,
Lieutenant d'Artillerie.



Première partie. Supposons que trois des tangentes intérieures se coupent au même point O, je dis que les trois autres se coupent aussi en un même point.

Soit B le point de rencontre des deux tangentes AB, BC. Du point B je mène au cercle b la tangente BD; il suffit de démontrer que cette droite est tangente au cercle a.

Le quadrilatère OABC étant circonscrit au cercle c, on a

$$OA + AB = OC + BC.$$

Le quadrilatère OABC étant circonscrit au cercle b, on a

$$OC + CB = BD + OD.$$

De ces deux égalités on déduit

$$OA + AB = BD + OD.$$

Le quadrilatère OABD est donc circonscriptible, et comme trois des côtés sont tangents à la même circonférence a, le quatrième côté BD doit aussi être tangent à cette même circonférence. C. Q. F. D.

Remarque. On peut considérer les points O, B comme foyers d'une ellipse qui passerait par les points D, C, A. Cette conique est tangente en ces points aux lignes des centres des trois cercles donnés.

La deuxième et la troisième partie de la question se démontrent de même.