Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 13 (1854), p. 148-157

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__148_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Tous les ouvrages annoncés dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* se trouvent chez Mallet-Bachelier, libraire, quai des Augustins, 55.

OMAR ALKHAYYAMI (XI^e siècle, vers la fin).

L'Algèbre d'Omar Alkhayyami, publiée, traduite et accompagnée d'extraits de manuscrits inédits, par *M. F. Woepcke,* docteur agrégé à l'Université de Bonn, membre de la Société asiatique de Paris. Paris, 1851. Typographie de Firmin Didot, frères. In-8°, XIX-127 pages.

La traduction est suivie du texte arabe, de 41 pages, 4 planches de 41 figures.

Les prix des objets se règlent, non sur les besoins matériels, mais sur les jouissances esthétiques ou intellectuelles qu'elles procurent, et particulièrement sur leur rareté. C'est ainsi que, jouant d'un instrument pendant une seule soirée, Paganini sera mieux rétribué que les travaux de cent laboureurs, pendant une année entière, et cette appréciation est de toute justice; car il y a des millions de laboureurs et un seul Paganini. Sous ce point de vue, l'érudition orientale est aussi la plus précieuse, surtout quand elle se rapporte à l'histoire de l'esprit humain, à celle des sciences. Les vrais philosophes, ceux qui s'intéressent aux sciences exactes, méritant seuls ce nom, doivent donc applaudir aux efforts de M. Woepcke pour nous faire connaître l'état des mathématiques chez les Arabes.

En 1851, l'excellent géomètre arabiste a donné un extrait de l'ouvrage dont nous possédons maintenant le texte complet avec une traduction qui ne laisse rien à désirer, grâce aux éclaircissements et aux notes qui traduisent en formules modernes, courtes et claires, la phraséologie longue et quelquefois ambiguë de l'original; il faut se rappeler que les Arabes n'emploient aucun caractère symbolique, aucun signe, tout est discursif, *parlé*. Nous avons déjà donné une analyse de cette remarquable production (tome IX, page 389; 1850) : ce n'est pas une application de l'algèbre à la géométrie, mais, au contraire, une application de la géométrie à l'algèbre. Il s'agit de la construction géométrique des équations du deuxième et du troisième degré; bien entendu, des équations *numériques*. Les littérales ne datent que de Viète. Pour ramener les équations aux dimensions de l'étendue, Alkhayyâmî les rend homogènes, en introduisant l'unité. Exemple : $2x^2 - 3x = 5$; il écrit $2x^2 - 3.1.x = 5.1$; x étant une ligne, on a trois surfaces. Pour les équations cubiques, on a des solides, et, au moyen de l'intersection de deux coniques, Alkhayyâmî parvient à l'égalité de deux solides comme dans nos Traités élémentaires. Il n'est jamais question ni des racines négatives et encore moins des racines imaginaires; les valeurs négatives sont nommées *impossibles*. N'admettant que des solutions positives, l'auteur ne trace que des demi-coniques, des demi-paraboles, des demi-hyperboles, etc.; mais il a toujours soin de démontrer que les courbes doivent se couper; ce qui est souvent le point difficile. Voici, du reste, comment l'auteur annonce son but :

« Une des théories mathématiques dont on a besoin » dans la partie des sciences philosophiques, connue » sous le nom des *Sciences mathématiques*, c'est l'art » de l'algèbre, lequel a pour but la détermination des » inconnues, soit numériques, soit géométriques. Il se » rencontre dans cette science des problèmes, dépendant » de certaines espèces très-difficiles de théorèmes préli- » minaires, dans la solution desquels ont échoué la plu- » part de ceux qui s'en sont occupés. Quant aux anciens » (par là il désigne les Grecs), il ne nous est pas parvenu » d'eux d'ouvrage qui en traite; peut-être, après en avoir » cherché la solution et après les avoir étudiés, n'en » avaient-ils pas pénétré les difficultés; ou peut-être leurs » recherches n'en exigeaient pas l'examen; ou enfin, leurs » ouvrages à ce sujet, s'il y en a, n'ont pas été traduits » dans notre langue. Quant aux modernes, c'est Almâ- » hâni (*), qui, parmi eux, conçut l'idée de résoudre » algébriquement le théorème auxiliaire employé par » Archimède dans la quatrième proposition du livre II » de son Traité de la sphère et du cylindre; or, il fut » conduit à une équation renfermant des cubes, des » carrés et des nombres, qu'il ne réussit pas à résoudre, » après en avoir fait l'objet d'une longue méditation. On » déclara donc que cette résolution était impossible, » jusqu'à ce que parut Aboû Diafar Alkhâsin (**), qui

(*) Mohammed ben Içâ Abou Abadallah Almâhâni, né à Bagdad, auteur de plusieurs ouvrages de Mathématiques.

(**) On ne connaît pas son véritable nom, mais seulement ce surnom.

» résolut l'équation à l'aide des sections coniques. Après » lui, tous les géomètres avaient besoin d'un certain nombre des espèces des susdits théorèmes, et l'un en résolut une, et l'autre une autre. Mais aucun d'eux n'a » rien émis sur l'énumération de ces espèces, ni sur l'exposition des cas de chaque espèce, ni sur leurs démonstrations, si ce n'est relativement à deux espèces, » que je ne manquerai pas de faire remarquer. Moi, au » contraire, je n'ai jamais cessé de désirer vivement de » faire connaître avec exactitude toutes ces espèces, ainsi » que de distinguer parmi les cas de chaque espèce les » possibles d'avec les impossibles, en me fondant sur » des démonstrations; car je savais combien est urgent le » besoin de ces théorèmes dans les difficultés des problèmes. » (Page 1-2.)

Le problème d'Archimède cité est la cinquième proposition du livre II (non la quatrième); il s'agit de couper la sphère par un plan, de manière que le rapport des volumes des deux segments soit égal à un rapport donné. Ainsi, c'est un problème d'algèbre appliquée à la géométrie qui, chez les Arabes, a donné naissance à l'application de la géométrie à l'algèbre. Voici comment notre auteur définit l'algèbre : « Avec l'assistance de Dieu et » avec son concours précieux, je dis que l'algèbre est un » art scientifique. Son objet, ce sont le nombre absolu » et les grandeurs mesurables, étant inconnus, mais rapportés à quelque chose de connu, de manière à pouvoir » être déterminés; cette chose connue est une quantité » ou un rapport individuellement déterminé, ainsi qu'on » le reconnaît en les examinant attentivement; ce qu'on » cherche dans cet art, ce sont les relations qui joignent » les données des problèmes à (l'inconnue), qui de la » manière susdite forme l'objet de l'algèbre. La perfection de cet art consiste dans la connaissance des mé-

» thodes mathématiques au moyen desquelles on est en
» état d'effectuer le susdit genre de détermination des
» inconnues, soit numériques, soit géométriques. » (P. 5.)

Cette définition, très-exacte, est celle qu'on adopte encore aujourd'hui.

Dans tout le cours de l'ouvrage, l'auteur montre une connaissance parfaite de la géométrie des Grecs et une grande habileté à la manier. Les divers cas des problèmes sont discutés avec beaucoup de perspicacité et même de profondeur. Il sait même qu'aux racines égales correspondent des contacts dans les coniques; observation dont il comprend l'importance et qu'il dit avoir faite le premier. Il est vrai que dans ce cas il n'admet qu'une seule racine et ne distingue pas deux racines égales. Il y a même des cas où, pour l'équation cubique, il assigne des limites aux coefficients, pour que deux racines soient positives, possibles ou impossibles. C'est pour l'équation XVII (page 40), et selon notre système d'écriture $x^3 + a = cx^2$.

Il déclare impossible la construction géométrique des equations du quatrième degré. Je ne sache pas que les Grecs non plus aient construit de telles équations.

Le titre complet du texte est :

Mémoire du sage excellent GHIYATH EDDIN ABOUL FATH OMAR BEN IBRAHIM ALKHAYYAMI DE NICHABOUR.

Alkhayyâmî signifie *tentier,* fabricant de tentes.

Nichabour est une ville de la Perse, dans le Khorâçân.

On ne connaît pas la date précise ni de sa naissance, ni de sa mort. Il fut élevé avec deux jeunes gens devenus célèbres : Nisham Almoulk, vizir des sultans Seldjoukids Alp-Arslan et Malik-Chah, et Haçan Ibn Sabbah, fondateur de l'ordre des Assassins (*). Alkhayyâmî était

(*) Connu sous le nom de *Vieux de la Montagne* (Cheyk el djebel). *Assassin* est une corruption de hachich (chanvre), boisson dont il enivrait ses sectaires poete; il paraît que ses vers étant assez libres lui ont fait une mauvaise réputation. Mais il est surtout célèbre pour la réformation du calendrier persan qu'il fit en 1079, par ordre du sultan Malik-Chah, fondateur de dynastie. On rend bissextile la 4^e^ année 7 fois de suite, comme dans le calendrier julien; mais la 8^e^ fois, c'est la 5^e^ année qui a 366 jours, de sorte que c'est une intercalation de 8 jours sur 33 années; cette opération suppose une année solaire de $365^j\,5^h\,49'\,5''\,28'''$. En effet, 33 fois cet excès donnent $8^j\,0^h\,14'\,24''$. La réformation grégorienne suppose une année solaire de $365^j\,5^h\,49'\,12''$; l'année tropique vraie est $365^j\,5^h\,48'\,46''\,49'''$: ainsi l'année persane est la plus exacte.

L'inégalité disparaît au bout de 33 ans; il en faut 400 dans le calendrier grégorien.

Quoique Persan, Alkhayyâmî a écrit en arabe, qui passait pour langue savante, comme chez nous le latin.

M. Woepcke, sous le titre d'*Additions*, cotées A, B, C, D, E, donne encore la traduction de quelques textes arabes, les quatre premiers relatifs au problème d'Archimède, et le dernier à la trisection de l'angle.

Addition A. C'est du Chaïk ABOUL HAÇAN BEN ALHAÏTHAM (*) *sur la section d'une ligne employée par Archimède dans le livre* II.

Prenons sur une droite cinq points dans cet ordre D, H, B, T, Z, et faisons

$$DH = x, \quad DB = a, \quad DT = c - b, \quad DZ = c;$$

a, b, c sont des longueurs données : il s'agit de trouver x au moyen de l'équation

$$x^2(c - x) = a^2 b.$$

Alhaïtham construit cette équation à l'aide des deux

(*) Mort en 1034

coniques

$$x^2 = ay, \quad y(c - x) = ab.$$

A la suite de ce Mémoire, on trouve une autre solution, précédée de ces mots : d'*une autre manière par une autre, au moyen du mouvement de la ligne;* ainsi, comme on dirait aujourd'hui, c'est une solution *cinématique*. Les Arabes désignent ces solutions sous le nom de *géométrie mobile*. (Page 120.)

On prend sur la droite un sixième point C, tel qu'on ait ZC = TZ, alors DC = $b + c$; en D et en Z on élève des perpendiculaires à la droite DC; sur la première perpendiculaire on prend DA = DB = a; par les points fixes A et C on fait mouvoir deux droites constamment *parallèles* et coupant respectivement la droite DC en des points H... et la seconde perpendiculaire en des points E... : lorsque EH sera perpendiculaire aux parallèles, le point H sera le point cherché.

M. Woepcke remarque que cette construction revient à construire : 1° la parabole qui a pour foyer A et pour sommet D; 2° la courbe, pied des perpendiculaires abaissées du point C sur les tangentes à la parabole; 3° à trouver l'intersection de cette dernière courbe avec la seconde perpendiculaire, et il fait voir l'identité de cette construction avec celle de Platon pour tracer deux moyennes proportionnelles; et, à cette occasion, le savant géomètre ajoute que la *podaire* d'un point situé sur la directrice d'une parabole est une focale à nœud de M. Quetelet; l'enveloppe de la droite mobile EH est une hyperbole.

On lit, pages 73 et 74, une liste de 117 Mémoires composés par Alhaïtham; il serait très-intéressant de les retrouver, entre autres : 1° Traité de l'analyse des problèmes géométriques; 2° Mémoire sur les étoiles qui se forment dans l'air ; 3° Mémoire sur le mouvement complexe ; peut-être le mouvement composé, etc.

Dans l'addition B, dont l'auteur est inconnu, on construit l'équation

$$x^3 + a = cx^2,$$

et la limite de possibilité est assignée sous la forme remarquable

$$27a = 4c^3.$$

L'addition C (page 103) est de Abou Sahl Vidjan ben Vastem Alqouhi. Il résout ce problème omis par Archimède : *Construire un segment de sphère égal en volume à un segment de sphère donné, et égal en surface à un second segment de sphère donné.*

Soient r le rayon de la sphère à laquelle appartient le segment, Δ la flèche cherchée du segment ; on a

$$\frac{\pi}{3}\Delta^2(3r - \Delta) = a, \quad 2\pi\Delta r = b'.$$

Faisant $\frac{a}{b} = a'$, $\frac{b}{\pi} = b'$,

$$\Delta^3 - \frac{3}{2}b'\Delta + 3a'b' = 0, \quad r^3 - \frac{b'}{4a'}r^2 + \frac{b'^2}{24a'} = 0.$$

Il faut exclure les valeurs négatives de r et Δ ainsi que $\Delta > 2r$. Alqouhi, non-seulement résout le problème, mais il en discute tous les cas particuliers *complétement*, avec une extrême sagacité. C'est peut-être le morceau le plus intéressant de ce recueil qui place M. Woepcke parmi les savants érudits les plus consciencieux, les plus utiles de notre époque. Puisse-t il trouver moyen de se fixer dans notre pays, où il pourra un jour prendre rang dans l'Académie des Inscriptions, genre d'importation qu'on ne saurait trop favoriser. Telle était l'opinion du grand siècle. Des négociations étaient ouvertes pour attirer en France, Érasme, Leibnitz, Huyghens, Torricelli, etc. On avait besoin d'un astronome, Louis XIV fit venir Cassini. C'est là un patriotisme éclairé, vu de haut. Devant la science, comme devant Dieu, il n'y a pas de nationalité.

Note. Dans l'excellente traduction du Mémoire de M. de Humboldt (tome X, page 372) que M. Woepcke absent n'a pu revoir, il s'est glissé de nombreuses fautes d'impression qui ont été corrigées dans le tirage à part.

La littérature orientale vient de faire encore une précieuse acquisition. La traduction depuis si longtemps attendue des Tables astronomiques d'Oloug-Beg vient de paraître; le texte est imprimé depuis 1847. M. Sédillot a complété son travail en le mettant à la portée du *grand* public, et en l'accompagnant d'un commentaire nécessaire, indispensable même pour un auteur qui présente bien des obscurités. Dans cet ouvrage ainsi que dans d'autres, bien connus des géomètres, le savant professeur combat avec succès l'opinion si longtemps accréditée, que les Arabes n'avaient aucune espèce de *spontanéité*. Dans un journal d'astronomie que nous aurons bientôt, on essayera de faire connaître ce qu'on doit à ce petit-fils de Tamerlan (xv^e^ siècle); mais nous pouvons déjà dire que, si M. Sédillot a parfaitement raison de combattre ceux qui, pour élever les Indiens et les Chinois, croient nécessaire de déprimer les Arabes, il n'est pas non plus juste d'élever les Arabes aux dépens des deux autres nations. D'ailleurs le génie n'est pas une fonction des coordonnées de l'espace et du temps; pour se manifester, il n'a besoin que de circonstances favorables.

Pourquoi M. Sédillot, savant si laborieux, si consciencieux, versé dans les sciences astronomiques et dans les deux langues orientales qui en contiennent les plus précieux documents, pourquoi un homme d'un talent si rare ne peut-il employer tous ses moments à des occupations de prédilection? Pourquoi l'astreindre à une besogne vulgaire que cent autres pourraient faire? Nous nous évertuons sans cesse à tirer le meilleur parti possible des forces naturelles, de l'eau, du vent, de la vapeur, de l'électricité, etc. Quand saurons-nous faire bon emploi des forces intellectuelles?