

LEBESGUE

**Sur le rapport de l'arc à la corde**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 13  
(1854), p. 136-137

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1854\\_1\\_13\\_\\_136\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__136_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1854, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

## SUR LE RAPPORT DE L'ARC A LA CORDE;

PAR M. LEBESGUE.

---

Soient AOB un secteur circulaire de rayon  $r$ , et  $\alpha o \beta$  un triangle isocèle,  $\alpha o$ ,  $\beta o$  étant pris à partir du centre sur les rayons AO, BO. On peut concevoir un nouveau secteur de même angle O (semblable), et dont l'arc soit équivalent à  $\alpha\beta$ , et le rayon  $\rho$ . On peut aussi concevoir un autre secteur encore d'angle O, mais dont la surface soit équivalente à  $\alpha o \beta$ , et le rayon  $\rho_1$ . On a, d'après cela,

$$\frac{AB}{\alpha\beta} = \frac{r}{\rho}, \quad \frac{\text{sec AOB}}{\alpha o \beta} = \frac{r^2}{\rho_1^2}.$$

Si l'on appelle  $a$  la hauteur du triangle isocèle, on trouvera immédiatement

$$a\rho = \rho_1^2.$$

Si donc on savait trouver  $\rho$  et  $\rho_1$ , ou simplement  $\rho$ , on aurait le rapport de l'arc à une ligne donnée, à sa

corde par exemple, à son sinus, à sa tangente, etc., et des rapports analogues pour les secteurs. Or, si l'on appelle  $b$  le côté du triangle isocèle et sa base,  $\alpha\beta = 2c$ . Legendre a montré que si l'angle au sommet du triangle isocèle, ainsi que sa surface, devenait moitié, on aurait

$$a' = \sqrt{a \left( \frac{a+b}{2} \right)}, \quad b' = \sqrt{ab},$$

et Schwab a montré (voir les *Géométries* de M. VINCENT, de M. AMIOT, etc.), que si l'angle au sommet devenait moitié, ainsi que la base,  $a$  et  $b$  deviendraient

$$a' = \frac{1}{2}(a+b), \quad b' = \sqrt{b \left( \frac{a+b}{2} \right)},$$

Ainsi il suffirait d'opérer  $m$  bisections et d'assembler  $2^m$  triangles isocèles pour en former un secteur polygonal de  $2^m$  côtés (rayons non compris), et l'on pourrait prendre  $m$  assez grand pour qu'il fût permis de considérer le secteur polygonal comme un secteur circulaire de rayon  $\rho$  ou  $\rho_1$ . Ce moyen de trouver le rapport de l'arc à sa corde, et, par suite, le rapport de la circonférence au diamètre, est bien plus long que l'emploi de la formule

$$\text{arc}(\text{tang} = x) = x - \frac{x^2}{3} + \frac{x^4}{5}, \dots,$$

surtout quand on emploie l'artifice indiqué dans le Programme d'admission à l'École Polytechnique.

La méthode de Schwab pourrait conduire à la formule

$$\text{arc}(\text{tang} = x) = x - \frac{x^3}{3} + \dots,$$

mais bien plus longuement que la méthode des dérivées. C'est un exercice d'élimination qui n'est pas inutile.

---