

H. ROCHETTE

Solution de la question 283

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 13
(1854), p. 119-121

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__119_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1854, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 283

(voir t. XII, p. 443);

PAR M. H. ROCHETTE, S. J.,

de la maison ecclésiastique de Vals, près Le Puy.

Lemme. Lorsque deux triangles ont même base, la droite qui joint leurs sommets est parallèle à celle qui joint leurs centres de gravité.

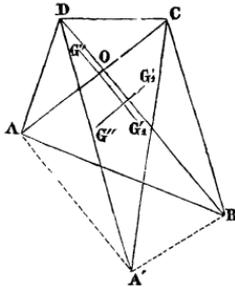
Soient ABC , $A'BC$ deux triangles ayant même base; si nous désignons par G et G' leurs centres de gravité, par h et h' les perpendiculaires abaissées des points G et G' sur la droite AA' , nous avons, d'après une propriété connue (*) (voir BRIOT et BOUQUET, *Géométrie analytique*, 2^e édition, n^o 35, 1^o)

$$h = \frac{h_1 + h'_1}{3}, \quad h' = \frac{h_1 + h'_1}{3},$$

h_1 et h'_1 étant les perpendiculaires abaissées des points B et C sur AA' . Donc $h = h'$ et AA' est parallèle à GG' .

Dans un quadrilatère plan, trois fois l'aire du triangle formé par le centre de gravité du quadrilatère comme sommet, et un côté A du quadrilatère comme base, plus l'aire du triangle formé par l'intersection des deux diagonales comme sommet, et le côté opposé à A comme base, est égale à l'aire du quadrilatère. (MÖBIUS.)

(*) Cette propriété se démontre aussi très-simplement d'une manière élémentaire.



Soient ABCD le quadrilatère donné, AB le côté désigné par A, et G le centre de gravité du quadrilatère à l'intersection des deux droites $G'G''$, $G_1G'_1$, qui joignent les centres de gravité G' , G'' , G_1 , G'_1 des triangles BCD, ABD, ABC, ADC.

Construisons par la pensée le triangle qui a le côté DC pour base et même centre de gravité que le quadrilatère. Les lignes qui joignent le sommet O' de ce triangle aux points A et B sont respectivement parallèles (*Lemme*) aux droites $G_1G'_1$ et $G'G''$, et, par conséquent, aux droites BO et AO. Le quadrilatère AOBO' est donc un parallélogramme, et la perpendiculaire abaissée du point O' sur AB égale la perpendiculaire h abaissée du point O sur AB.

Désignons par H la perpendiculaire abaissée du point G sur AB, et par h' et h'' les perpendiculaires abaissées des points D et C sur cette même droite. Nous aurons (*voir* BRIOT et BOUQUET, *Géométrie analytique*, numéro déjà cité)

$$H = \frac{h' + h'' - h}{3},$$

d'où, si nous représentons par T, T', T'', T''', T'''' les triangles GAB, ABC, ABD, ABO, ODC,

$$3T = T' + T'' - T''',$$

ou bien

$3T + T^{iv} = \text{surface du quadrilatère. c. q. f. d.}$

M. Genocchi (Angelo) donne une solution analogue.
