Nouvelles annales de mathématiques

Édouard Lévy

Mémoire de Léonard Euler sur l'utilité des mathématiques supérieures

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 12 (1853), p. 5-21

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__5_0>

NOUVELLES ANNALES

DE

MATHÉMATIQUES.

MEMOIRE DE LÉONARD EULER SUR L'UTILITÉ DES MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES.

TRADUIT DU LATIN PAR M. ÉDOUARD LÉVY,
Répétiteur de mathématiques au lycée de Strasbourg

Note du rédacteur.

Pour bien comprendre le but du Mémoire suivant, quelques renseignements historiques nous semblent nécessaires.

Frédéric II, que les Prussiens surnomment avec un juste orgueil Frédéric l'*Unique*, est le génie le plus vaste qui ait jamais occupé un trône. Forcé de combattre, avec des moyens assez bornés, la ligue des trois puissances continentales, il sortit victorieux de la lutte, à l'aide d'une tactique nouvelle, d'armes perfectionnées, et d'habiles combinaisons stratégiques, conserva ses conquêtes, agrandit son royaume, consolida son empire. Il enrichit la Prusse de fabriques, d'usines, de banques de crédit foncier; donna le premier exemple d'une législation codifiée, de certaines institutions libérales, et de la plus libérale de toutes, la *tolérance*. *Bezahlet was ihr sollt, und glaubet was ihr wollt : Payez ce que vous devez ;*

croyez ce que vous voulez. Tel était son dicton favori, devenu la maxime de tout gouvernement juste et éclairé. Il admit dans les rangs de son armée le jeune d'Étallonde, coaccusé de l'infortuné chevalier de la Barre, et ouvrit un asile aux jésuites expulsés de France. Frédéric, au milieu des plus cruelles vicissitudes, chassé de sa capitale, harcelé de toutes parts, réduit au désespoir, ne cessa de s'intéresser *au progrès*, entretint des relations avec toutes les notabilités intellectuelles contemporaines, et, dans sa Correspondance avec Voltaire, se montra, pour la forme et le fond, à la hauteur d'un tel correspondant. Excellent historien des événements du temps, écrivain classique, versificateur abondant, sinon poëte, habile flûtiste, compositeur d'opéra, il estimait aussi les grands mathématiciens, et accueillait avec faveur Euler, d'Alembert, Lagrange. Toutefois, n'ayant appris que les éléments des sciences exactes, on lui avait inculqué, dans sa jeunesse, des idées fausses sur les branches élevées, et il croyait que les théories infinitésimales satisfaisaient plutôt à une curiosité de l'esprit qu'à un besoin de la raison. Lors de l'arrivée d'Euler à Berlin, en 1741, Jordan (*), président de l'Académie, engagea l'illustre géomètre à dissiper cette erreur du grand roi. C'est dans cette intention qu'Euler écrivit ce Mémoire en latin, langue familière à Frédéric. On ne sait s'il l'a lu.

La connaisance de l'existence de ce Mémoire ne date que de 1792. Merian, gendre de Jordan, en donna communication à l'Académie de Berlin, dont il était membre, ainsi qu'on le verra dans le Discours ci-joint. L'autographe est aujourd'hui dans la collection de M. Fried-

---

(*) Jordan (Charles-Étienne), d'une famille française protestante exilée, ne à Berlin le 27 août 1700, et y est mort le 24 mai 1745; Frederic lui fit cette épitaphe : *Ci-gît l'ami des muses et du roi* laender, et son fils G. Friedlaender a édité ce Mémoire à Berlin, en 1847; M. Crelle l'a inséré, la même année, dans son précieux Recueil.

Lorsque des hommes qui doivent une existence brillante *uniquement* à leur réputation scientifique, à la science qu'ils ont acquise à l'École Polytechnique; lorsque ces hommes, oublieux de leur origine, détruisent étourdiment, certes sans le vouloir, la réputation immense, universelle, que l'École doit *uniquement* à la culture des hautes mathématiques, appliquées autant que possible aux théories fondamentales de la physique, de la chimie et des services publics; lorsque l'erreur du grand Frédéric est proclamée par ces hommes comme un principe d'enseignement, nous croyons que la traduction fidèle du Mémoire d'Euler, que nous devons au talent et à l'obligeance d'un jeune professeur, ne manque pas d'à-propos.

DISCOURS LU EN FRANÇAIS A L'ACADÉMIE DE BERLIN, LE 15 SEPTEMBRE 1762;

PAR MERIAN (*).

J'ai trouvé, dans les papiers délaissés par feu M. Jordan, père de ma femme, ce petit Mémoire du grand Euler, écrit de sa propre main, que je vais avoir l'honneur de vous lire.

Aussitôt qu'il frappa mes regards, je me rappelai parfaitement le but dans lequel il fut composé, comme j'en tenais le récit de la bouche même de M. Euler, et comme j'ai eu depuis plus d'une occasion de le vérifier.

Quand Frédéric II, encore jeune prince, commença ses études de géométrie, son esprit précoce et ardent voulut anticiper sur tout. Ayant parcouru d'un œil fugitif

---

(*) Merian (Jean-Bernard), célèbre philosophe, né à Liechstall, canton de Bâle, le 28 septembre 1723, et mort à Berlin le 12 février 1807.

les différentes parties des mathématiques, il désira de savoir l'application et l'usage de chacune de ces parties, mais surtout celui de la géométrie transcendante. Sa curiosité infatigable fatigua ses maîtres. L'un d'eux, soit que lui-même n'en sût pas plus loin, soit pour se débarrasser des importunités du jeune questionneur, s'attacha à lui persuader que le calcul infinitésimal n'était qu'une affaire de pure ostentation, sans utilité réelle, que la méthode ordinaire suffisait à tout, et que celle des infiniment petits n'aboutissait qu'à des subtilités infiniment vaines et stériles.

Cependant, malgré le soin qu'on avait pris de le nourrir de ce préjugé, son esprit était trop pénétrant pour y acquiescer sans réserve, et ne pas se douter qu'on pouvait l'avoir induit en erreur. Pour se détromper entièrement, il eût fallu, sans doute, qu'il se familiarisât un peu avec ce nouveau calcul, ou que du moins il en acquît les notions les plus essentielles; mais il ne tarda pas à avoir bien d'autres choses à calculer.

Ce qui fait voir combien ce préjugé influait peu sur sa conduite, c'est qu'à peine monté sur le trône, il fit tout son possible pour attirer chez lui les premiers géomètres de l'Europe, et récompensa royalement ces mêmes travaux qu'on lui avait dépeints comme étant si inutiles et si frivoles. Il n'eût pas tenu à lui que toute la famille des Bernoulli, le père et les deux fils, ne se transplantât dans notre capitale, où il l'appela sous les conditions les plus honorables et les plus lucratives (*). M. Euler s'y

(*) Napoléon, qui avait tant de qualités communes avec Frédéric II, avait sur lui l'avantage d'avoir cultivé et aimé les sciences exactes. C'est lui qui apporta, d'Italie en France, le premier exemplaire de la *Géométrie du compas*, de Mascheroni. Il estimait les grands mathématiciens et les comprenait; il nomma Lagrange et Monge, Membres du Sénat dont Laplace était chancelier.

rendit de Pétersbourg, et fut succédé depuis par M. de Lagrange. M. de Maupertuis a longtemps présidé à cette Académie.

Tout cela n'empêcha pourtant pas le roi d'entretenir des doutes au sujet de la géométrie sublime. Dès le commencement de son règne, c'était encore la matière la plus fréquente de ses conversations avec les savants qui l'entouraient, et dans le commerce desquels il se délassait des soins du gouvernement. Ce fut alors que M. Jordan s'édressa à M. Euler, nouvellement arrivé, pour lui demander un court exposé des principaux avantages qui résultaient pour les sciences de l'analyse des infinis, afin de pouvoir s'en servir dans l'occasion. Personne n'était plus propre pour cette tâche que M. Euler. Il savait répandre la plus grande clarté sur les matières les plus abstruses, et descendre des plus hautes régions de la géométrie jusqu'à la portée la plus commune. C'est ce qu'on voit dans ses Lettres françaises à une princesse d'Allemagne, et c'est ce que l'on retrouvera dans ce Mémoire latin.

Au reste, je ne sais quel emploi M. Jordan a fait de ce Mémoire, s'il l'a traduit en français pour le mettre sous les yeux du roi, ou bien s'il s'est borné à lui en rapporter le contenu.

Mais ce qui prouve combien il importe de donner de bonne heure à la jeunesse, et surtout aux jeunes princes, des idées justes de toute chose, ou du moins de ne leur en donner jamais de fausses, c'est que le roi Frédéric a été toute sa vie flottant et incertain au sujet du calcul infinitésimal, et que cette fluctuation paraissait l'embarrasser, et quelquefois véritablement l'inquiéter.

Je parle ici d'après ma propre expérience. La première fois que je parus devant ce grand prince, il me fit, sur ce sujet, des questions, en m'enjoignant de lui dire en conscience ce que j'en pensais. Je répondis avec la modestie qui me convenait, que j'avais malheureusement trop négligé mes études mathématiques, après avoir eu le bonheur d'en poser les fondements dans ma patrie sous les Bernoulli; que cependant je croyais en avoir assez retenu pour pouvoir assurer à Sa Majesté que le calcul infinitésimal était une des plus belles et des plus sublimes découvertes de l'esprit humain; qu'il avait fait faire des pas de géant à la géométrie, tant pure que mixte, ou appliquée à la physique; que, par son moyen, on était parvenu à résoudre des problèmes absolument inaccessibles à l'arithmétique et à l'algèbre communes, et qu'il facilitait la solution d'une infinité d'autres, qui, selon l'ancienne méthode, exigeraient les plus longues et les plus pénibles opérations. Pour le rendre plus sensible, je citai, le mieux que je pouvais, quelques exemples, entre autres le mouvement accéléré ou retardé des planètes et des comètes autour du soleil. Enfin, me servant d'un argument populaire, je le priai de vouloir bien considérer que, si ce calcul n'était pas un objet de la plus haute importance, il serait inconcevable que les plus grands hommes, les Newton, les Leibnitz, les Bernoulli, s'en fussent occupés avec tant de zèle, et se fussent disputé l'honneur de son invention avec tant de chaleur et d'animosité; ni que leurs plus illustres successeurs, les Euler, les Clairaut, les d'Alembert, consacrassent leurs veilles et leur vie entière à le perfectionner et à en reculer les bornes. Quoique le roi parût assez satisfait de cet éclaircissement, il y revenait sans cesse, et fit encore, en ma présence, les mêmes questions à M. de Lagrange, lequel y fit à peu près les mêmes réponses, quoique beaucoup mieux motivées et exprimées.

Mais voyons plutôt ce que M. Euler y avait répondu longtemps auparavant.

Personne ne révoque en doute l'utilité des mathématiques; car elles sont indispensables à plusieurs sciences et arts dont nous avons besoin chaque jour. Cependant on croit généralement que ce caractère d'utilité est propre aux parties inférieures et, pour ainsi dire, aux éléments des mathématiques. Quant à la partie que l'on appelle, à juste titre, supérieure, on nie qu'elle puisse trouver d'utiles applications. C'est comme la toile d'araignée, pense-t-on; elle n'est d'aucun usage, à cause de sa trop grande finesse. Et pourtant les mathématiques, en général, ont pour objet la recherche des quantités inconnues. A cet effet, elles nous montrent des méthodes, pour ainsi dire, des chemins qui nous mènent à la vérité; déterrent les vérités les plus enfouies, et les mettent en lumière. Ainsi, d'une part, elles donnent plus de vigueur à l'esprit; de l'autre, elles étendent le champ de nos connaissances. Peut-on se donner trop de peine pour un tel résultat? La vérité est par elle-même d'un grand prix; d'ailleurs toutes les vérités se tiennent entre elles, et il n'en est pas une qui soit dépourvue d'utilité, même lorsque d'abord cette vérité paraît sans usage. On objecte que les mathématiques supérieures pénètrent trop profondément dans la recherche de la vérité. Ceci est plutôt un éloge qu'une critique.

Mais ne nous arrêtons pas à ces mérites trop abstraits. Nous pourrons largement prouver que l'analyse supérieure a des droits non moins incontestables que les mathématiques élémentaires au titre de science utile, qu'elle est même d'un usage beaucoup plus étendu; et que les mathématiques, loin d'être trop avancées, laissent, au contraire, beaucoup à désirer dans l'intérêt de ces mêmes sciences, pour lesquelles les premiers rudiments semblent suffire. Je veux donc démontrer, dans ce Mémoire, que, si les mathématiques élémentaires sont utiles, les mathématiques supérieures ne le sont pas moins, et même que le degré d'utilité va toujours croissant, à mesure que l'on s'élève dans l'étude de cette science; que cette science, enfin, est trop peu avancée pour ses applications les plus vulgaires. Pour atteindre mon but, je passerai en revue les sciences dont l'utilité, dont la nécessité est hors de doute, telles que la mécanique, l'hydrostatique, l'astronomie, l'artillerie, la physique et la physiologie. Je prouverai, jusqu'à l'évidence, que les plus utiles de ces sciences ont le plus besoin de l'analyse supérieure; que si parfois le fruit que nous en retirons est au-dessous de nos espérances, c'est presque toujours parce que les mathématiques transcendantes ne sont pas assez avancées.

Je commence par la mécanique, et par là je ne veux pas dire cette partie qui analyse les mouvements les plus compliqués et les ramène aux premières lois du mouvement; nul doute que l'analyse la plus subtile ne soit alors indispensable. Mais, quoique cette partie de la mécanique soit d'une utilité extrême, elle encourt ordinairement le reproche dont je veux laver les mathématiques supérieures. Je veux donc parler ici de la mécanique placée d'ordinaire au rang des éléments, de cette science qui crée des machines de toute espèce pour nos usages ordinaires, et qui jouit d'une réputation de grande utilité. Dans cette partie plus grossière de la mécanique, on considère les machines au point de vue de l'équilibre; on ne détermine que la force ou la puissance égale au poids que l'on doit soutenir à l'aide de la machine. Mais on devrait considérer le mouvement du poids, principalement dans la pratique, et on le néglige complétement. Les auteurs qui ont traité cette partie de la mécanique nous apprennent quelle est la force nécessaire dans chaque machine pour soutenir le poids à l'état d'équilibre; mais quand le poids doit se mouvoir, ils se contentent de nous enseigner qu'il faut une force plus grande. Lors même qu'en réalité le poids doit se mettre en mouvement, ils ne disent pas si ce mouvement doit être retardé ou accéléré; ils n'ont aucun égard aux circonstances qui produisent ce mouvement. Aussi, les praticiens savent-ils bien que rarement une machine répond à leur espérance. Bien plus, ces déceptions sont mises sur le compte de la théorie, et les machines qu'elle invente n'inspirent guère de confiance tant qu'elles n'ont pas reçu la sanction de la pratique. Cette théorie élémentaire des machines est donc imparfaite (*); et en même temps on reconnaît la nécessité d'une théorie plus sûre, et s'accordant mieux avec la pratique. Mais ce n'est pas de la mécanique vulgaire qu'il faut attendre un tel service; elle ne traite que des principes de statique; elle n'a d'autre objet que l'équilibre. S'agit-il d'expliquer un mouvement; c'est pour elle une barrière infranchissable. Si vous voulez perfectionner la théorie des machines, étudiez le mouvement qui succède à l'équilibre rompu; déterminez la force qui sollicite le mobile, et surtout les causes extérieures qui résistent au mouvement; telles que le frottement et la résistance de l'air. C'est donc à la mécanique supérieure qu'il faut recourir; à celle qui analyse les mouvements les plus compliqués. Or, c'est ici que l'on

(*) Il ne faut pas oublier que ceci a été écrit vers le milieu du XVIII[e] siècle, avant que Carnot, Navier, Coriolis, MM. Poncelet, Combes, Morin eussent si considérablement perfectionné la science des machines; et ne pas oublier non plus que la théorie des forces vives appliquée à l'évaluation du travail mécanique a pour points de départ Leibnitz, Euler, Daniel Bernoulli. Soyons persuadés qu'on n'a rien, absolument rien inventé; à moins de regarder comme une invention, une méthode pour embrouiller l'enseignement élémentaire, méthode obscurcissante qui n'a pas même le mérite de la nouveauté. Elle repose sur la mesure Leibnitzienne de la force; conception métaphysique, idée complexe, combattue par d'Alembert, et qu'on prétend placer à l'entrée de la science! Toute méthode peut être imposée; mais acceptée, non.

a besoin du calcul infinitésimal, et de l'analyse la plus élevée; et même elle suffit à peine à expliquer les mouvements des machines les plus simples, malgré tous les perfectionnements, soi-disant inutiles, qu'elle a reçus jusqu'à ce jour. J'ai démontré tout cela, jusqu'à la dernière évidence, dans un Mémoire que j'ai publié à Saint-Pétersbourg (*) sur les machines simples et composées; j'y détermine, par l'analyse supérieure, les mouvements et leurs effets dans tous les cas possibles, et, comme un grand nombre, et même une infinité de machines semblables ou différentes peuvent servir au même but, j'y enseigne le moyen de découvrir celle qui produit son effet avec la moindre perte de temps ou de force, problème dont la solution est d'une application continuelle dans la vie, et cette solution repose sur les théories les plus profondes de l'analyse et du calcul infinitésimal. La mécanique pourrait nous fournir une foule d'autres arguments, pour prouver que les mathématiques supérieures nous offrent un grand nombre d'applications dans la vie ordinaire; mais les quelques lignes qui précèdent me paraissent suffire grandement à démontrer, ainsi que je me l'étais proposé, que les mathématiques supérieures sont indispensables à la mécanique, et même que la mécanique élémentaire, si utile de l'aveu général, ne saurait se soutenir ni faire un pas sans leur appui.

Je passe donc à l'hydrostatique, dans laquelle je comprends aussi l'hydraulique, science qui rend journellement tant de services à l'homme; personne ne l'ignore. Portons notre attention plus spécialement sur la partie à laquelle on attribue ces services, sur l'hydrostatique ordinaire, dite *élémentaire*. C'est là surtout que les praticiens

(*) *De Machinarum tam simplicium quam compositarum usu maxime lucro.* (Comm. Petrop., X, 1747; p. 67.)

se plaignent de ce que le succès répond si rarement à la théorie. Ces plaintes sont loin d'être dénuées de fondement ; car la théorie des eaux courantes que l'on explique dans les écoles est presque entièrement erronée, et l'on doit s'étonner qu'elle ne soit pas plus en désaccord avec l'expérience. Il serait donc de l'intérêt général de substituer une théorie exacte à cette théorie fausse, mais les mathématiques élémentaires seraient fort impuissantes pour cette tâche : l'assistance de l'analyse supérieure peut seule nous permettre d'aborder une pareille œuvre. On pourra facilement s'en convaincre en lisant l'excellent livre que le célèbre Daniel Bernoulli a publié sur l'hydrodynamique (*) ; il nous y fait découvrir les lois naturelles qui régissent les fluides en mouvement, et en facilitent l'application. Ensuite son père, avec cet esprit si ingénieux qui l'avait déjà rendu célèbre, démontra les mêmes lois par d'autres principes, et crut corroborer la vraie théorie des eaux en mouvement. Dans ces deux Traités, le calcul infinitésimal se rencontre à chaque pas. C'est donc à notre ignorance de l'analyse supérieure que nous devons nous en prendre, si nous sommes parvenus si tard à une théorie vraie de l'hydraulique. C'est donc par les progrès de l'analyse que cette théorie pourra s'élever à son plus haut point de perfection, et, par conséquent, à son maximum d'utilité.

Que l'astronomie soit une des parties les plus utiles des mathématiques, tout le monde l'accordera facilement. Or cette utilité est liée à l'exactitude de la théorie, à l'accord de cette théorie avec les phénomènes célestes ; donc évidemment cette utilité croît avec le perfectionnement de la science. Tant que le vrai système des corps célestes et de leurs mouvements fut inconnu, l'arithmétique, les élé-

---

(*) Dan. Bernoulli : *Hydrodynamica* Strasb. 1738 ; in-4.

ments de géométrie et d'optique suffisaient à l'astronome. Mais, en découvrant les lois véritables du mouvement des corps célestes, Kepler sentit lui-même tout d'abord que les mathématiques élémentaires n'étaient plus à la hauteur de l'astronomie. Newton vint ensuite achever miraculeusement l'œuvre de Kepler; et, pour cela, quel arsenal de calculs n'emprunta-t-il pas aux mathématiques supérieures? Nul n'en peut douter, après avoir parcouru son incomparable ouvrage. Nous y apprenons que les planètes tracent des ellipses autour du soleil, et que les aires décrites par leurs rayons vecteurs sont proportionnelles aux temps. Donc, pour construire les Tables des mouvements des planètes, il faut connaître la quadrature de l'ellipse, ce qui n'est certes pas du ressort des mathématiques élémentaires. D'autres problèmes, des plus utiles et des plus nécessaires, servent à déterminer les orbites mêmes des planètes d'après les observations, et ceux-là exigent encore plus impérieusement le secours de l'analyse supérieure. On pourrait encore moins s'en passer dans la recherche des trajectoires des comètes (*voir* mes *Mélanges de Berlin*, tome VII) (*). D'un autre côté, la théorie de la lune, quoique étendue et raffermie par les démonstrations aussi solides qu'heureuses de Newton, n'a pu cependant être menée à bonne fin. C'est que l'achèvement de cette théorie exige la solution de problèmes de mécanique si nombreux et si difficiles, que l'analyse infinitésimale, toute avancée qu'elle paraisse, ne saurait y suffire. Enfin, on sait que les observations nécessitent des corrections à cause de la réfraction. Or une Table de réfraction ne peut être construite à l'aide de l'expérience seule; il faut que la théorie détermine, pour une hauteur

(*) Eulerus : *Determinatio orbitæ cometæ ann. 1742 observatæ, in Miscell. Berol.*, VII, p. 1.

quelconque, les effets de la réfraction, et cette théorie est obligée d'emprunter à l'analyse supérieure ses calculs les plus délicats. Le célèbre Bouguer (*) nous l'apprend clairement dans son Mémoire édité à Paris sur ce sujet. De tout ce qui précède, on peut conclure d'abord que l'astronomie a le plus grand besoin de l'analyse infinitésimale, et ensuite que l'analyse elle-même est encore loin d'être assez avancée pour ses applications à l'astronomie.

L'artillerie est mise ordinairement au nombre des branches des mathématiques, et c'est à ce titre qu'elle rend le plus de services dans l'art de la guerre. Outre quelques problèmes de géométrie bien connus, qui ont pour but de déduire du diamètre le poids du boulet, et réciproquement, on y considère principalement le chemin décrit par le projectile que lance le canon, et l'on conclut les règles suivant lesquelles il faut diriger le canon, pour que le boulet frappe un lieu donné. Or on suppose, dans cette recherche, que le projectile décrit une parabole, ainsi que Galilée l'a démontré. Mais cela n'est pas conforme à la vérité dès que le mouvement n'a pas lieu dans le vide. On est donc induit grandement en erreur par les règles et les Tables fondées sur cette hypothèse, leurs auteurs mêmes l'avouent; ils rejettent l'erreur sur le compte de la théorie, et s'imaginent qu'elle n'a de valeur que lorsque la pratique la corrige. Or l'air nous paraît être un fluide trop subtil pour produire une résistance sensible; et pourtant, dans les mouvements très-rapides, tels que ceux des boulets et des bombes, la résistance de l'air est assez grande pour que le projectile décrive une courbe très-différente de la parabole. Pour corriger cette erreur notable, pour suppléer à l'emploi

(*) *Essai d'Optique*. Paris, 1729; in-8.

inopportun de la parabole, il faut introduire la courbe véritable suivant laquelle le projectile se meut dans l'air. Newton paraît avoir fait beaucoup d'efforts pour la découvrir, et cependant son extrême habileté dans l'analyse supérieure ne lui suffit pas pour résoudre ce problème. Il laissa l'honneur de cette découverte au célèbre Jean Bernoulli (*). Nous voyons combien doit être versé dans les mathématiques supérieures celui qui veut résoudre des questions d'artillerie. Sous d'autres rapports, l'artillerie était indigne, jusqu'à ce jour, du nom de science, tant était grande son ignorance des principes qui la concernent. Outre le mouvement des projectiles, elle n'avait pas encore assez étudié la force et l'action de la poudre, et c'est là le pivot de la science. C'est de nos jours seulement qu'un habile anglais, Robins (**), a trouvé, par une suite de profonds raisonnements, la véritable théorie de la force de la poudre à canon. Il calcule d'abord la force que développe l'inflammation de la poudre, et la vitesse qu'elle imprime au boulet; puis il détermine le mouvement même du projectile. Les expériences n'ont pas peu contribué, sans doute, à ses résultats; mais, s'il n'avait eu à sa disposition l'analyse supérieure, il lui eût été impossible d'imaginer ces expériences, ni d'en rien conclure.

Deux mots suffiront pour la navigation; car personne, j'imagine, n'osera contester ici l'utilité des mathématiques supérieures. Si nous considérons la marche du navire porté par l'Océan, nous penserons tout d'abord à la courbe loxodromique, dont l'invention ne peut assurément être attribuée aux mathématiques élémentaires. Cette courbe sert à résoudre la plupart des problèmes qui

(*) *De Motu corporum gravium pendulorum et projectilium.*

(**) Robins : *New principles of gunnery*. London, 1742; in-8.

s'offrent à quiconque veut étudier l'art de régler la course du navire. La théorie entière de la navigation, théorie qui pose les bases de la construction et de la conduite des vaisseaux, est tellement ardue, exige une connaissance si profonde de la mécanique et de l'hydrostatique, que le secours de l'analyse supérieure y est de première nécessité. La détermination de la position que le navire occupera dans l'eau demande un calcul considérable. Veut-on en déduire la forme que doit avoir le navire, et mesurer la charge qu'il doit porter pour que l'équilibre soit stable, pour que le navire supporte la traction des voiles et résiste au chavirement; c'est alors qu'il faut en venir à des calculs de la plus grande profondeur. Veut-on enfin découvrir l'art de disposer les voiles et de conduire le navire à son but, malgré le vent contraire; on n'y parviendra jamais sans l'aide de l'analyse supérieure. On trouve tout cela de la dernière évidence en lisant l'excellent ouvrage de Bernoulli (*) sur la manœuvre des vaisseaux. J'ai traité la même matière avec plus de développements dans deux livres que j'ai publiés sur la science de la navigation. Ainsi, nul doute ne peut subsister maintenant sur ce sujet.

La physique, cette science qui étudie tous les phénomènes de la nature, fût-elle dépourvue de toute utilité manifeste, que cependant l'élévation et la grandeur du but attacheraient encore à cette science tout homme qui aimerait la vérité, et par cela seul, toutes les sciences qui donnent à la physique plus d'étendue et de perfection devraient être à nos yeux d'une importance extrême. Mais la physique est la source la plus profonde en résultats utiles pour la vie ordinaire. Que dira-t-on alors des ma-

(*) *Essai d'une nouvelle théorie de la manœuvre des vaisseaux.* Bâle, 1714; in-4.

thématiques supérieures, si je prouve que, sans elles, il n'y a pas de progrès possible en physique? D'abord la plupart des phénomènes que nous savons expliquer appartiennent aux mathématiques aussi bien qu'à la physique : tels sont ceux qui sont expliqués par la mécanique, l'hydrostatique, l'aérométrie, l'optique et l'astronomie. Ensuite, dans tous les phénomènes où l'on observe quelque modification de la matière, ne faut-il pas surtout avoir égard au mouvement? voir par quoi et de quelle façon il est produit? quelles variations il subit? etc.; toutes études qui exigent des connaissances profondes de la mécanique, et une étude encore plus profonde de l'hydrodynamique, dès qu'il y a fluidité. Or toutes les modifications de la matière observées dans la nature sont dues au mouvement; il est donc clair que la mécanique, c'est-à-dire la science du mouvement, est nécessaire pour expliquer même le plus simple changement qui se produit dans l'univers. Si l'on envisage de près les phénomènes qui paraissent les plus simples, si l'on veut les ramener aux lois de la mécanique, ils présentent tant de complication, qu'il est impossible de les expliquer, même en faisant usage de l'analyse supérieure. Ce cas se présente principalement dans la physiologie, qui étudie les mouvements des êtres vivants. Dans son état actuel, cette branche de la physique nous offre des phénomènes qu'il est impossible d'expliquer, et qui exigeraient des notions complètes sur les mouvements des solides et des liquides, jointes à une connaissance profonde de l'analyse supérieure. Qui oserait s'aventurer, sans de pareilles ressources, à des recherches sur le mouvement imprimé au sang par le cœur, et sur la marche du sang dans les artères et dans les veines? Avant d'aborder une telle explication, il faut arriver à la solution de problèmes nombreux et difficiles, solution pour laquelle l'analyse supérieure est encore impuissante, quelque avancée qu'elle paraisse. Tout cela semblera plus clair que le jour, si l'on veut lire les auteurs qui ont essayé de donner une explication rationnelle des phénomènes de la physique et de la physiologie. Je me contenterai de citer le livre de Borelli (*) sur le mouvement des êtres vivants. On y voit presque à chaque page combien il a besoin de toute la force de l'analyse pour arriver à son but, et souvent, lorsque ce secours lui fait défaut, il s'arrête découragé, et ne sait où chercher un appui. Borelli était pourtant fort instruit dans les mathématiques de son temps; mais elles n'ont reçu que plus tard les développements nécessaires pour les recherches de ce genre.

Je crois avoir amplement atteint le but que je m'étais proposé, de rendre évidente l'extrême utilité de l'analyse supérieure. D'autres arguments, en grand nombre, pourraient confirmer ma démonstration; je pourrais prouver que l'analyse donne à l'esprit plus de vigueur et le rend plus apte à la recherche de la vérité. Mais les ennemis des mathématiques trouveraient ici matière à discussion. Mes premiers arguments sont irréfutables, et je m'y arrête.