Sur la locution : diviser une droite en extrême et moyenne raison (voir, t. III, p. 5)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 12 (1853), p. 36-42

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__36_1>

SUR LA LOCUTION : DIVISER UNE DROITE EN EXTRÊME ET MOYENNE RAISON

(voir t. III, p. 5).

Cette locution française est une traduction littérale de la locution grecque : ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν. On rencontre cette expression au moins quinze fois dans Euclide, et tous les manuscrits, soit de cet auteur, soit des auteurs grecs qui ont écrit après lui, ne varient pas sur cette expression, et la rapportent de la même manière. Ainsi, il y a certitude que nous possédons la véritable Leçon d'Euclide. On cite contre cette Leçon un texte arabe (tome III, page 8); mais l'autorité d'une *traduction* française d'un texte qui est la *traduction arabe* d'un texte grec ne peut prévaloir contre le texte grec lui-même, imprimé depuis 1533 (*Bas. in-folio, curâ Simonis Grynaei*).

Cette Leçon, traduite littéralement en français, est une réunion de mots ne présentant aucun sens. C'est que, probablement, on a ici affaire à une locution du genre elliptique. On en trouve de semblables dans toutes les langues, et surtout dans les langues anciennes. Chaque manuscrit étant jadis le produit d'un travail isolé, on avait intérêt à économiser les mots pour gagner du temps, et aussi pour ménager la place; car la matière sur laquelle on écrivait, papier ou parchemin, était rare et assez chère. Pour compléter l'expression elliptique d'Euclide, il faut s'abandonner aux conjectures. En voici une qui me paraît assez vraisemblable.

Soit une droite divisée d'une manière quelconque en deux segments inégaux a et b, et soit $b > a$; les trois quantités a, b, $a + b$ sont écrites suivant leur ordre de grandeur : b, qui est au milieu, est la quantité *moyenne*; a et $a + b$, aux extrémités, sont les quantités *extrêmes*. Combinées deux à deux, ces trois quantités donnent lieu à six raisons, parmi lesquelles il n'y en a que deux qui puissent devenir *égales*, savoir : la *raison* tirée de l'extrême a, ou $\frac{a}{b}$, et la raison tirée de la moyenne b, savoir $\frac{b}{a+b}$: on peut avoir

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}.$$

La raison $\frac{a}{b}$ aura pris le nom de *raison de l'extrême*, ou simplement *extrême raison*; et la raison $\frac{b}{a+b}$, *raison de la moyenne* ou *moyenne raison*. Il s'agit donc de partager une droite de manière que la moyenne raison soit égale à l'extrême raison, et plus brièvement encore, *partager une droite en moyenne et extrême raison*. Il faut donc conserver cette locution ancienne, aujourd'hui généralement comprise, et qui a pour elle le droit de prescription.

Si on voulait s'exprimer en langage moderne, il faudrait dire : *Partager une droite en deux segments formant avec cette droite une proportion continue*. C'est la formule adoptée par Lorenz (Jean-Frédéric), dans son excellente traduction allemande des quinze Livres d'Euclide; 1781.

Dans la géométrie moderne, cette section segmentaire n'est guère employée que pour la construction du décagone, et n'a aucune importance dans la géométrie segmentaire, parce qu'elle ne se projette pas *coniquement*, mais cylindriquement. Cette dernière projection est l'objet implicite de la septième proposition du quatorzième Livre (*). Les six dernières propositions du treizièmeLivre consacrées à la construction des cinq corps réguliers, contiennent des applications de la section *continue*; de même, le quinzième Livre, qui traite aussi de la même construction. D'ailleurs, on sait que le quatorzième et le quinzième Livres ne sont évidemment pas d'Euclide; on les attribue à Hypsiclès, géomètre d'Alexandrie, du second siècle de notre ère.

Il est à remarquer que les quinze Livres ne contiennent aucune proposition relative à la circonscription des cinq corps réguliers à la sphère.

(*) M. Chasles voudrait qu'on réunît toutes les propositions géométriques qui se rapportent à cette proportion (*Histoire de la Géométrie*, p. 513)

Le célèbre Paccioli Lucas de Borgo, frère mineur (*) de l'ordre des Franciscains, a publié, en italien, un ouvrage spécial sur la proportion continue, sous ce titre : *Divina proportione opera a tutti gli ingegni perspicaci e curiosi necessaria que ciascun studioso di Philosophia, Prospettiva, Pictura, Sculptura, Architectura, Musica, e altre Mathematice, suavissima, sottile, e admirabile doctrina consequira, e delectarssi, con varie questione de secretissima scientia.*

L'ouvrage est imprimé à Venise, en 1509 (**) ; Kastner en donne une description très-détaillée, très-instructive (*Histoire des Mathématiques,* tome I, page 417 ; 1796 ; en allemand). J'ai constaté l'extrême exactitude de cette description sur l'exemplaire qui se trouve à la Bibliothèque impériale sous l'inscription V. 545. Le frère Lucas donne cinq raisons pour justifier l'épithète de *divine* donnée à la proportion : « *La prima e che lei fia una sola e non piu, e non possibile di lei asegnare altre specie ne differentie. La quale unita fia el supremo epitete de epso idio secunda tutta la scola theologica e anche philosophica. La secunda convencentia e dela Sancta Trinita. Cio e si commo in divinis una medesima substantia fia fra tre persone, Padre, Figlio e Spirito Sancto. Cosi una medesima proportione de questa sorte sempre conven se trovi fra tre termini; e mai ne in piu, ne in manco se po retrovare* (page 4) (***). Les trois autres raisons portent aussi le cachet de la profession et du siècle de ce savant moine, d'un esprit très-distingué, et qui comptait Léonard

---

(*) Les *Cordeliers* prenaient par humilité le nom de *Frères mineurs.*

(**) Il n'existe pas d'edition anterieure ; on en trouve sept exemplaires dans les Bibliotheques publiques de Paris, deux a la Bibliothèque Imperiale, deux a l'Arsenal, deux a la Mazarine, un a Sainte-Geneviève. Nous devons ce renseignement au savant prince Balthasar Boncompagni.

(***) Les pages ne sont numerotees qu'au *recto.*

de Vinci parmi ses nombreux amis. C'est même l'illustre artiste qui a dessiné les figures de la *Divina proportione,* où l'on trouve représentés divers polyèdres, l'un de soixante-douze faces, de l'invention de Paciolus, et aussi les formes très-bien exécutées des lettres capitales de l'alphabet latin, et des dessins d'architecture suivant des proportions qui n'ont aucun rapport à la *proportion divine,* comme Montucla dit erronément (*Histoire des Mathématiques,* t. I^er, p. 551). Dans la dédicace à Petro Sederino, gonfalonnier perpétuel à Florence, on lit que Paciolus a présenté un opuscule (*libellum*) de *Divina proportione* à Louis Sforce, duc de Milan, et il ajoute : *Tanto ardore ut schemata quoque sua Vincii nostri Leonardi manibus scalpta. Quod opticen instructiorem reddere possent addiderim.*

On trouve plusieurs emplois ingénieux de la section *continue* dans l'ouvrage suivant : *Euclidis Megarensis* (*), *mathematici clarissimi Elementa, libris XV ad germanam geometriæ intelligentiam e diversis lapsibus temporis injuria contractis restituta. Ad impletis præter majorum spem, quæ hactenus deerant solidorum regularium conferentiis ac inscriptionibus. Accessit decimus sextus liber de solidorum regularium sibi invicem inscriptorum collationibus. Novissime collati sunt, decimus septimus, et decimus octavus priori editioni quodammodo polliciti, de componendorum, inscribendorum et conferendorum compositorum solidorum inventis, ordine et numero absoluti. Authore D. Francisco Flussate Candollo ad Carolum IX, Christianissimum Galliarum Regem. Lutetia Parisiorum, anno* 1602.

La première édition est de Paris, 1566; la seconde de

(*) On a longtemps confondu le géomètre d'Alexandrie avec son homonyme, le philosophe de Mégare.

Lyon, 1578. C'est dans le seizième, dix-septième, dix-huitième Livre que l'auteur traite des solides demi-réguliers et des polyèdres réguliers inscrits les uns dans les autres, et circonscrits les uns aux autres. Il était fils de Gustave de Foix III, comte de Candolle, duc de Randan, de la branche de l'illustre maison de Foix, dont était le célèbre Gaston, d'une bravoure si brillante, et qui fut tué à la bataille de Ravenne en 1512. François, d'abord commandeur des ordres du roi, s'étant ensuite destiné à l'état ecclésiastique, fut nommé, en 1570, évêque d'Aire (Landes). Il est mort à Bordeaux le 4 février 1594, dans sa quatre-vingt-dixième année. Il a fondé, dans cette ville, au collége de Guyenne, une chaire de mathématiques, à donner au concours devant des juges compétents. Chaque candidat était tenu de faire deux lectures pendant deux jours consécutifs : le premier jour, il devait donner une proposition nouvelle de son invention, sans dépasser le onzième Livre d'Euclide; et, le jour suivant, une seconde proposition, aussi de son invention, concernant la théorie des polyèdres, à démontrer par les quinze Livres. En 1703, un des candidats contesta à son concurrent la nouveauté de ses propositions. On convint de s'en rapporter à l'Académie des Sciences, qui consacra deux séances à cet examen, et décida que les propositions n'étaient pas nouvelles (*Histoire de l'Académie*; 1703, page 76). On ne dit pas en quoi consistaient ces propositions. Les archives du collége de Guyenne renferment peut-être des renseignements curieux sur ce mode de concours, qui subsistait encore en 1710. Quoi qu'il en soit, il faut convenir que le noble prélat du XVI^e^ siècle avait un amour plus intelligent, un sentiment plus vrai du but de la science, que certains *réglementateurs* de notre siècle *éclairé*.

Note. Dans la séance du samedi 24 mars 1703, l'Académie reçut un Mémoire contenant ces deux théorèmes proposés comme nouveaux par l'un des aspirants à la chaire du collége de Guyenne :

Ad primam sessionem theorema. — In triangulo æquilatero, perpendicularis ab utrius anguli apice ad basim ducta, potentia est utram libet basis segmentum, est ejusdem triangulis latus est potentiâ ad semidiametrum circuli qui idem triangulam, inscribitur (*).

Ad secundam sessionem theorema. — Si in cubo describantur et icosædrum et dodecaëdrum, quadratum ex icosædri uno latere, erit æquale rectangulo ex duobus lateribus quorum unum est latus cubi, aliud latus dodecaedri.

Un des concurrents prétendait que ces deux propositions n'étaient pas de l'invention du premier aspirant, la première étant prise du livre treize d'Euclide, proposition douze, l'autre du seizième livre, proposition quinze, et que n'ayant pas satisfait à la fondation, il doit être exclu de la chaire disputée.

Dans la séance du samedi suivant, 31 mars 1703, l'Académie a jugé que des deux propositions de l'aspirant, ni l'une ni l'autre ne devait être censée de son invention.

Nous devons ce renseignement à l'illustre doyen des géomètres physiciens, ornement de deux Académies, et qui sonde avec succès les profondeurs du monde planétaire et les mystères de l'univers moléculaire; qui commente les *principes* ardus de Newton, explique les passages obscurs des agronomes de l'antiquité, expose les méthodes bucoliques des Modernes; le tout dans un style si pur, si français, qu'on se croit transporté dans notre grand siècle littéraire. Puisse l'illustre M. Biot, qu'il n'était pas nécessaire de nommer, agréer l'expression de notre reconnaissance. Ayant conservé sous les glaces de l'âge une verdeur juvénile, une activité rare même chez les savants jeunes d'années, il met autant d'empressement à encourager les faibles, que d'autres à décourager les forts.