

**Nouvelles propriétés géométriques et
mécaniques des surfaces de niveau ;
d'après M. Jacob Amsler**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 12
(1853), p. 356-358

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__356_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1853, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**NOUVELLES PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES ET MÉCANIQUES DES
SURFACES DE NIVEAU;**

D'APRÈS M. JACOB AMSLER,
De Halden, en Suisse.

(Journal de M. Crelle, tome XLII, page 314; 1851.)

1. Soit $f(x, y, z)$ une fonction des coordonnées rectangulaires x, y, z qui satisfont à l'équation aux différences partielles,

$$\frac{d^2f}{dx^2} + \frac{d^2f}{dy^2} + \frac{d^2f}{dz^2} = 0;$$

alors l'équation

$$f(x, y, z) = \text{constante}$$

représente un système de *surfaces de niveau*.

Soient

$$(1) \quad f(x, y, z) = \alpha_1,$$

$$(2) \quad f(x, y, z) = \alpha_2,$$

deux de ces surfaces, et p_1, q_1 deux points sur la première surface (1). Par p_1 et q_1 on fait passer deux trajectoires du système qui rencontrent la surface (2), respectivement en p_2 et q_2 . Nommons p_1 et p_2 *points correspondants*; de même q_1 et q_2 . On a la proposition suivante :

THÉORÈME. *La distance de deux points quelconques des deux surfaces comme p_1 et q_2 est égale à la distance des points correspondants p_2, q_1 .*

(Sans démonstration.)

Au moyen de cette propriété géométrique, on peut démontrer cette proposition de mécanique :

THÉORÈME. *Si les surfaces (1) et (2) sont des masses homogènes, l'attraction de la masse de la surface (1) sur le point p_2 de la surface (2) peut se ramener à l'attraction que le point correspondant p_1 éprouve de la part de la masse (2).*

Soient V_1 le potentiel de l'action sur p_2 , et V_2 le potentiel de l'action sur p_1 ; on aura

$$\begin{aligned} & \frac{dV_1}{dx_1} f'(x_1) + \frac{dV_1}{dy_1} f'(y_1) + \frac{dV_1}{dz_1} f'(z_1) \\ & \quad \frac{f'(x_1)^2 + f'(y_1)^2 + f'(z_1)^2}{=} \\ & \frac{dV_2}{dx_2} f'(x_2) + \frac{dV_2}{dy_2} f'(y_2) + \frac{dV_2}{dz_2} f'(z_2) \\ & \quad \frac{f'(x_2)^2 + f'(y_2)^2 + f'(z_2)^2}{=} \end{aligned},$$

ou, ce qui revient au même,

$$\frac{dV_1}{d\alpha_1} = \frac{dV_2}{d\alpha_2}.$$

Cette proposition a lieu pour toute loi d'attraction qui ne

dépend que de la distance. C'est une généralisation du théorème d'Ivory dans la théorie de l'attraction des ellipsoïdes et de l'extension donnée à ce théorème par Poisson.

Les démonstrations sont à trouver.