

THIOLIER

Solution de la question 265

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 12
(1853), p. 169-170

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1853_1_12__169_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1853, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 265 ;

PAR M. THIOLIER,

Élève à l'École des Mines, à Saint-Étienne.

Si $m = p^2 - q$, la suite des fractions $\frac{a}{b}, \frac{a'}{b'} = \frac{pa + mb}{a + pb},$
 $\frac{a''}{b''} = \frac{pa' + mb'}{a' + pb'}, \dots$, converge vers \sqrt{m} , quelle que soit
 la fraction initiale $\frac{a}{b}$; m, p, q, a, b sont des nombres en-
 tiers positifs donnés. (PROUDET.)

Considérons une fraction quelconque de cette suite,
 celle de rang $(n + 2)$ par exemple; nous aurons

$$\frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = \frac{pa_n + mb_n}{a_n + pb_n} = p - \frac{q}{\frac{a_n}{b_n} + p}.$$

Or on a, de même,

$$\frac{a_n}{b_n} = p - \frac{q}{\frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} + p};$$

donc, en définitive, on aura

$$\frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = p - \frac{q}{2p - \frac{q}{2p - \frac{q}{2p - \dots - \frac{q}{\frac{a}{b} + p}}}};$$

(170)

par suite, la limite cherchée sera

$$x = p - \frac{q}{2p - \frac{q}{2p - \frac{q}{2p - \frac{q}{2p} \dots}}}$$

Or, si nous développons \sqrt{m} en fraction continue, nous aurons

$$\begin{aligned} \sqrt{m} = \sqrt{p^2 - q} &= p - \frac{q}{p + \sqrt{p^2 - q}} \\ p &= - \frac{q}{2p - \frac{q}{2p - \frac{q}{2p} \dots}} \end{aligned}$$

On voit donc qu'à la limite on a

$$x = \sqrt{m}.$$
