Nouvelles annales de mathématiques

Vannson

Note sur une limite des racines des équations du troisième et du quatrième degré

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 11 (1852), p. 60-61

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1852_1_11__60_1>

NOTE SUR UNE LIMITE DES RACINES DES ÉQUATIONS DU TROISIÈME ET DU QUATRIÈME DEGRÉ;

Par M. VANNSON,
Professeur à Versailles.

Quand on applique le calcul des différences à une équation du troisième degré, et qu'un nombre a rend positif le premier membre de l'équation, ainsi que les différences première et seconde correspondantes, ce nombre a est limite supérieure des racines. En effet, soient $a-h$ et $a-2h$ les nombres précédemment substitués; on aura

$$\Delta_1 = f(a-h) - f(a-2h) = hf'a - \frac{3}{2}h^2 f''a + 7h^3,$$

et

$$\Delta'_1 = f(a) - f(a-h) = hf'a - \frac{h^2}{2} f''a + h^3,$$

et, enfin,

$$\Delta_2 = \Delta'_1 - \Delta_1 = h^2 f''a - 6h^3.$$

Or, par hypothèse, on a

$$\Delta_2 > 0;$$

donc on a aussi

$$f''a > 6h.$$

On accorde encore

$$hf'a - \frac{h^2}{2} f''a + h^3 > 0,$$

ou

$$f'a > \frac{h}{2}[f''(a) - 2h];$$

à fortiori, on a

$$f'a > 0.$$

On voit donc que ce nombre a rend positives la fonction donnée $f(a)$ et ses dérivées successives; donc ce nombre est limite supérieure des racines positives. La même remarque et la même démonstration s'appliquent au quatrième degré.